



Universidade Nova de Lisboa
Faculdade de Ciências e Tecnologia

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Relatório de Estágio

Por

PAULO SÉRGIO REIS MOREIRA

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da
Universidade Nova de Lisboa para obtenção do grau de Mestre em
Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário

Orientador: Professor Doutor António Manuel Dias Domingos
Co-Orientador: Dra. Rosário Lopes

LISBOA

2010

AGRADECIMENTOS

À Professora Rosário Lopes, por ser a minha orientadora de estágio e ao Professor Doutor António Dias Domingos, orientador desta investigação, pela confiança de ambos, pelos incentivos nos momentos em que mais necessitava, por toda a disponibilidade que sempre demonstraram, ao longo do desenvolvimento do tema proposto e nas várias etapas do processo e essencialmente pelo dom que me conseguiram transmitir.

A toda a minha família pelo apoio e encorajamento demonstrado desde o início da realização deste trabalho até à sua conclusão.

Aos alunos por colaborarem, e particularmente pelo tempo que investiram nas entrevistas. À Comissão Administrativa Provisória da ESAG - Escola Secundária com 3º ciclo de António Gedeão pela disponibilidade.

Aos amigos de todos os dias da grande família da ESCO – Escola de Serviços e Comercio do Oeste, e ao pessoal da Matemática (eles sabem quem são) que sempre me apoiaram e aconselharam de uma maneira ou de outra e permitiram que este trabalho pudesse chegar a bom porto. Já diz a música: “Um amigo é um bem, um tesouro que se tem...”

Ao meu filho Gonçalo pela alegria e vivacidade que sempre transmite, essa sim fonte de inspiração para o desenvolvimento do projecto e ao Santiago que vai nascer em breve pela esperança que simboliza na concretização da investigação.

À minha mulher Susana por tudo, tudo mesmo...

PARTE I – RELATÓRIO de ESTÁGIO

RESUMO

Finalmente:

A escola será um lugar social que promove não só a instrução mas também a socialização.

Inventem-se novos pais, Daniel Sampaio

Contrariamente ao que antigamente se pensava, a escola, além de ser um local de formação e de trabalho, é um local de convívio e de desenvolvimento da criatividade, com ligação à comunidade e ao meio exterior, como Daniel Sampaio nos diz, a escola promove a socialização. Face a uma comunidade discente cada vez mais complexa, problemática, heterogénea e exigente, urge acompanhar o rápido desenvolvimento do conhecimento, diversificar os métodos de ensino, aceitar que não somos conhecedores de tudo, mas, mais que tudo, saber “aprender a aprender”. Face à complexidade do actual processo ensino-aprendizagem, "na concretização da metodologia proposta, cabe ao professor ser simultaneamente dinamizador e regulador do processo de ensino-aprendizagem, criando situações motivadoras e adoptando uma estratégia que implique o aluno na sua aprendizagem e desenvolva a sua iniciativa." (Cit. Programa de Matemática 10º, 11º e 12 Anos, Ministério da Educação - Departamento do Ensino Secundário).

Estando bem consciente destes ensinamentos, quando iniciámos funções docentes, ainda não tínhamos plena consciência do peso que têm estas palavras. Passados alguns anos e face à actual situação de estágio, estes ensinamentos, têm outra importância e proporcionam outras reflexões.

A verdade é que, quando iniciámos o estágio tínhamos criado algumas expectativas relativamente ao que iríamos encontrar no desempenho das funções docentes.

O presente relatório visa descrever, de forma contextualizada e globalizante, o desempenho do professor estagiário, ao longo do ano lectivo 2009/2010.

ABSTRACT

Conclusion:

The school will be a social place that promotes not only the statement but also the socialization.

Inventem-se Novos Pais, Daniel Sampaio

Contrarily it was thought in the past, the school, besides being a place of training and work, is a convivial place and development of creativity, with connection to the community and outside, as Daniel Sampaio tells us, the school promotes socialization.

Student community in the face of an increasingly complex, heterogeneous and demanding problem, must accompany the rapid development of knowledge, diversify teaching methods, accept that there are connoisseurs of everything, but, more than anything, "learning to learn". Given the complexity of current teaching-learning process, "in the implementation of the proposed methodology, it is for the teacher to be both dynamic and regulator of the teaching-learning process, creating motivating situations and adopting a strategy that involves students in their learning and develop its initiative." (Cit. Program of Mathematics 10, 11 and 12 Years, Ministry of Education-Department of secondary education).

Being well aware of these teachings, when we began teaching functions, yet we aren't fully aware of the weights that these words have. After a few years and with internship, these teachings have another importance and provide us other reflections.

The truth is that when we began the stage we had created some expectations about what we would find under teachers.

This report aims to describe, in a contextualized and globalizing way, the trainee's performance throughout the academic year of 2009/2010.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	2
PARTE I – RELATÓRIO de ESTÁGIO	3
RESUMO	4
ABSTRACT	5
ÍNDICE	6
CAPÍTULO 1 – A ESCOLA.....	10
1.1. Caracterização da Escola.....	10
1.2. Papel da escola revisto no seu Projecto Educativo	18
1.3. A escola extra-muros	22
1.4. A escola e o Departamento de Matemática	23
1.5. Projectos.....	26
1.5.1. Dia da Escola.....	26
1.5.2. World Maths Day	27
1.5.3. Workshop: “GEOMETER’S SKETCHPAD, DIC@S...”	28
CAPÍTULO 2 – CARACTERIZAÇÃO DO SISTEMA DIDÁCTICO	29
2.1. Caracterização da Turma.....	29
2.2.1. Os alunos nesta faixa etária.....	29
2.2.2. Os alunos do 10ºA	31
2.2. Descrição do Manual	34
2.3. Descrição da calculadora mais usada pelos alunos.....	35
CAPÍTULO 3 – A PRÁTICA EDUCATIVA.....	36
3.1. Planificação e execução das aulas	36
3.2. Projectos de Turma	39

3.3.1. Desafios do Alea.....	39
3.3.2. Projecto PmatE	39
CAPÍTULO 4 – O PROFESSOR E O SEU PAPEL PEDAGÓGICO	41
4.1. O professor de Matemática enquanto instrutor e educador.....	41
4.2. Abordagem exploratória e investigativa	46
4.3. O processo de avaliação	47
CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES	49
5.1. Balanço de um ano – Considerações Gerais	49
5.2. Principais dificuldades sentidas pelo estagiário	50
5.3. O futuro	50
5.4. Auto-avaliação Final.....	51

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Rómulo Vasco da Gama de Carvalho.	10
Figura 1.2: Grafite na ESAG.	11
Figura 1.3: Localização por satélite, vista Norte.	12
Figura 1.4: Mapa de localização.	12
Figura 1.5: Localização por satélite, vista Noroeste.	13
Figura 1.6: Organigrama da ESAG.....	13
Figura 1.7: Entrada da ESAG.	18
Figura 1.8: Uma actividade no Dia da Escola.	20
Figura 1.9: Vista da ESAG da parte de trás (linha de comboio).	22
Figura 1.10: Relógio de Sol.....	26
Figura 1.11: Exposição de jogos.....	26
Figura 1.12: Construção de caleidoscópios.....	27
Figura 1.13: Site oficial World Maths Day.	27

Figura 1.14: Aluno a participar no World Maths Day.	27
Figura 1.15: Logótipo do GSP.....	28
Figura 2.16: Manual adoptado.....	34
Figura 2.17: Calculadora TI-Nspire™.	35
Figura 2.18: Calculadora TI-84Plus.....	35
Figura 3.19: Sala de aula do 10ºA.	36
Figura 3.20: Numa aula de trabalho de grupo com o 10ºA.....	37
Figura 3.21: Plataforma Moodle da ESAG.	38
Figura 3.22: Site com os desafios do Alea.	39
Figura 3.23: Site oficial do PmatE.....	39
Figura 3.24: Alunos a participar no projecto Alea.....	40
Figura 4.25: Alunos na realização de uma tarefa de estatística.	47

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1.1: Número de alunos no 3º ciclo.....	14
Quadro 1.2: Número de alunos no Secundário.....	14
Quadro 1.3: Alunos do 3º ciclo por curso.	15
Quadro 1.4: Alunos do Secundário por curso.	15
Quadro 1.5: Pessoal docente.....	16
Quadro 1.6: Pessoal não docente.	16
Quadro 1.7: Distribuição de recursos da escola.	17
Quadro 1.8: Reforço das aprendizagens. Actividades e objectivos.	24
Quadro 1.9: Prática lectiva. Actividades e objectivos.	25
Quadro 1.10: Dinamização cultural. Actividades e objectivos.	25
Quadro 1.11: Novas tecnologias. Actividades e objectivos.	25

Quadro 1.12: Formação de Professores. Actividades e objectivos.....	25
Quadro 2.13: Idades dos alunos.....	31
Quadro 2.14: Local de Nascimento.	32
Quadro 2.15: Número de irmãos.	32
Quadro 2.16: Com quem vivem os alunos.	32
Quadro 2.17: Grau Parentesco do Enc. Educação.	32
Quadro 2.18: Como os alunos vens para a escola.	33
Quadro 2.19: Tempo no percurso casa-escola.....	33
Quadro 2.20: Profissão desejada no futuro pelos alunos.	33
Quadro 2.21: Frequência com que os pais dos alunos vêm as suas fichas de trabalho/avaliação.	34
Quadro 5.22: Auto-avaliação do estagiário.....	51

CAPÍTULO 1 – A ESCOLA

O presente capítulo pretende caracterizar e dar a conhecer, de forma genérica, a Escola Secundária com 3º Ciclo de António Gedeão (ESAG). O seu projecto educativo, a escola em si, a relação com a comunidade e o que a escola pode oferecer enquanto instituição de ensino.

1.1. Caracterização da Escola

*Eles não sabem, nem sonham,
que o sonho comanda a vida.
Que sempre que um homem sonha
o mundo pula e avança
como bola colorida
entre as mãos de uma criança.*

Pedra Filosofal, António Gedeão

António Gedeão, pseudónimo de Rómulo Vasco da Gama de Carvalho, nasceu a 24 de Novembro de 1906, em Lisboa, na Rua Arco do Limoeiro (hoje, Rua Augusto Rosa).

Foi no Liceu Gil Vicente, onde realizou os seus estudos secundários que se veio a interessar particularmente por Literatura e Ciência. Assim, licencia-se em Ciências Físico-Químicas na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, em 1931. Em 1932 forma-se também em Ciências Pedagógicas.

Após estágio pedagógico no Liceu Pedro Nunes lecciona em Liceus de Lisboa e Coimbra e, após 22 anos, regressa ao Liceu Pedro Nunes onde desempenha o cargo de professor metodólogo do grupo de Físico-Química.



Figura 1.1: Rómulo Vasco da Gama de Carvalho.

Para além de ser autor de livros e manuais escolares, exerce uma importante acção de divulgação científica tornando-se co-director da *Gazeta de Física* (1946). Com a colecção de divulgação científica “Ciência para Gente Nova”, a partir de 1952, tenta chegar junto da população escolar e também da população em geral, com o objectivo de as despertar para o interesse pela ciência.

Teve assim um importante papel na divulgação de temas científicos pois, para além de colaborar em revistas da especialidade, interessou-se igualmente pela História da Ciência e pela História da Física e organizou obras no campo da história das ciências e das instituições, como “A Actividade Pedagógica da Academia das Ciências de Lisboa nos Séculos XVIII e XIX”. Publicou ainda outros estudos, como “História da Fundação do Colégio Real dos Nobres de Lisboa” (1959), “O Sentido Científico em Bocage” (1965) e “Relações entre Portugal e a Rússia no Século XVIII” (1979).



Figura 1.2: Grafite na ESAG.

Revelou-se como poeta apenas em 1956, sob o pseudónimo de *António Gedeão*, com a obra *Movimento Perpétuo*. A esta seguem-se outras obras como *Teatro do Mundo* (1958), *Máquina de Fogo* (1961), *Poema para Galileu* (1964), *Linhas de Força* (1967) e ainda *Poemas Póstumos* (1983) e *Novos Poemas Póstumos* (1990). A poesia de António Gedeão destaca-se assim no conjunto da poesia portuguesa da segunda metade do século XX.

Alguns dos seus textos poéticos foram utilizados em músicas de intervenção. *Pedra Filosofal* terá sido o seu poema mais famoso, popularizado pelo músico e cantor Manuel Freire.

Em 1963 publicou a peça de teatro RTX 78/24 (1963) e dez anos depois a sua primeira obra de ficção, *A Poltrona e Outras Novelas* (1973).

Aos 90 anos, António Gedeão foi alvo de uma homenagem nacional, tendo sido agraciado com a Grã-Cruz da Ordem de Santiago de Espada.

Morre a 19 de Fevereiro de 1997, no Hospital de Santa Maria, em Lisboa, na sequência de uma intervenção cirúrgica.

Minha escola é todo o mundo.

Todo o mundo me pertence

Aqui me encontro e confundo

Com gente de todo o mundo

Que a todo o mundo pertence.

Teatro do Mundo, António Gedeão, 1958

A escola com nome de poeta – Escola Secundária com 3º Ciclo de António Gedeão (ESAG) – onde decorreu o estágio pedagógico está localizada na Alameda Guerra Junqueiro nº 11, Laranjeiro, concelho de Almada.

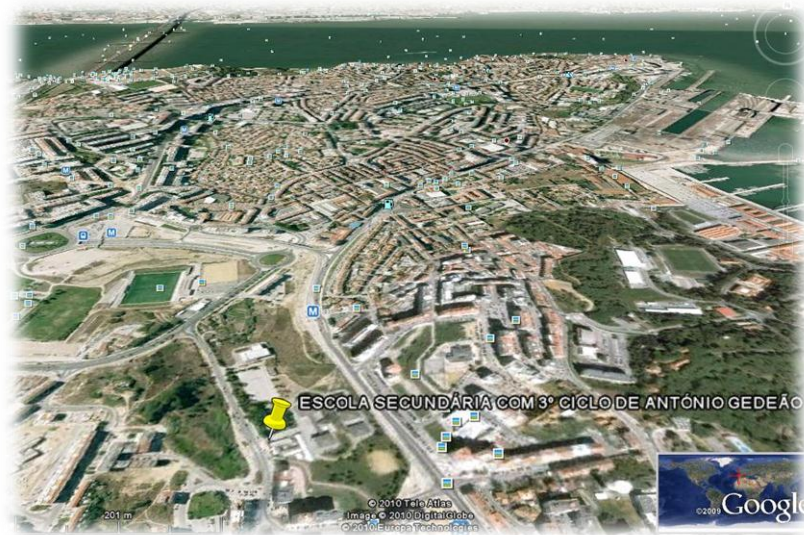


Figura 1.3: Localização por satélite, vista Norte.

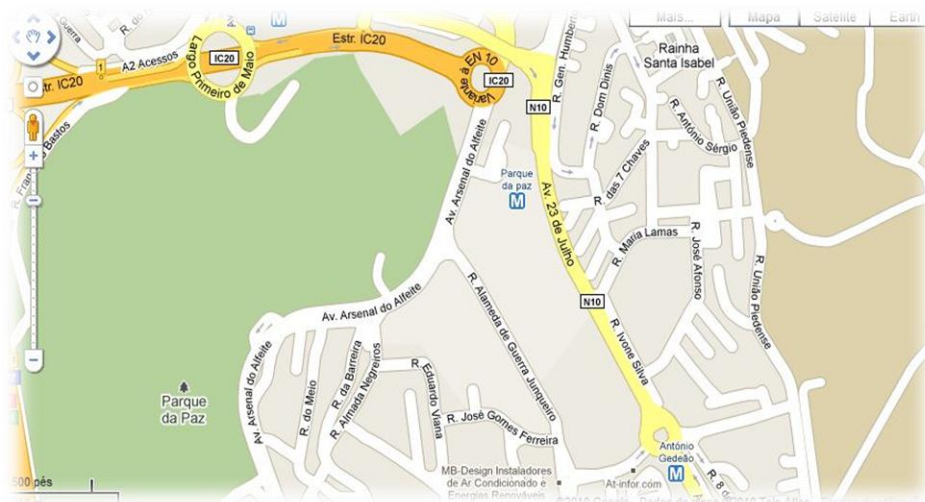


Figura 1.4: Mapa de localização.



Figura 1.5: Localização por satélite, vista Noroeste.

Organizacionalmente, a escola obedece à seguinte estrutura:

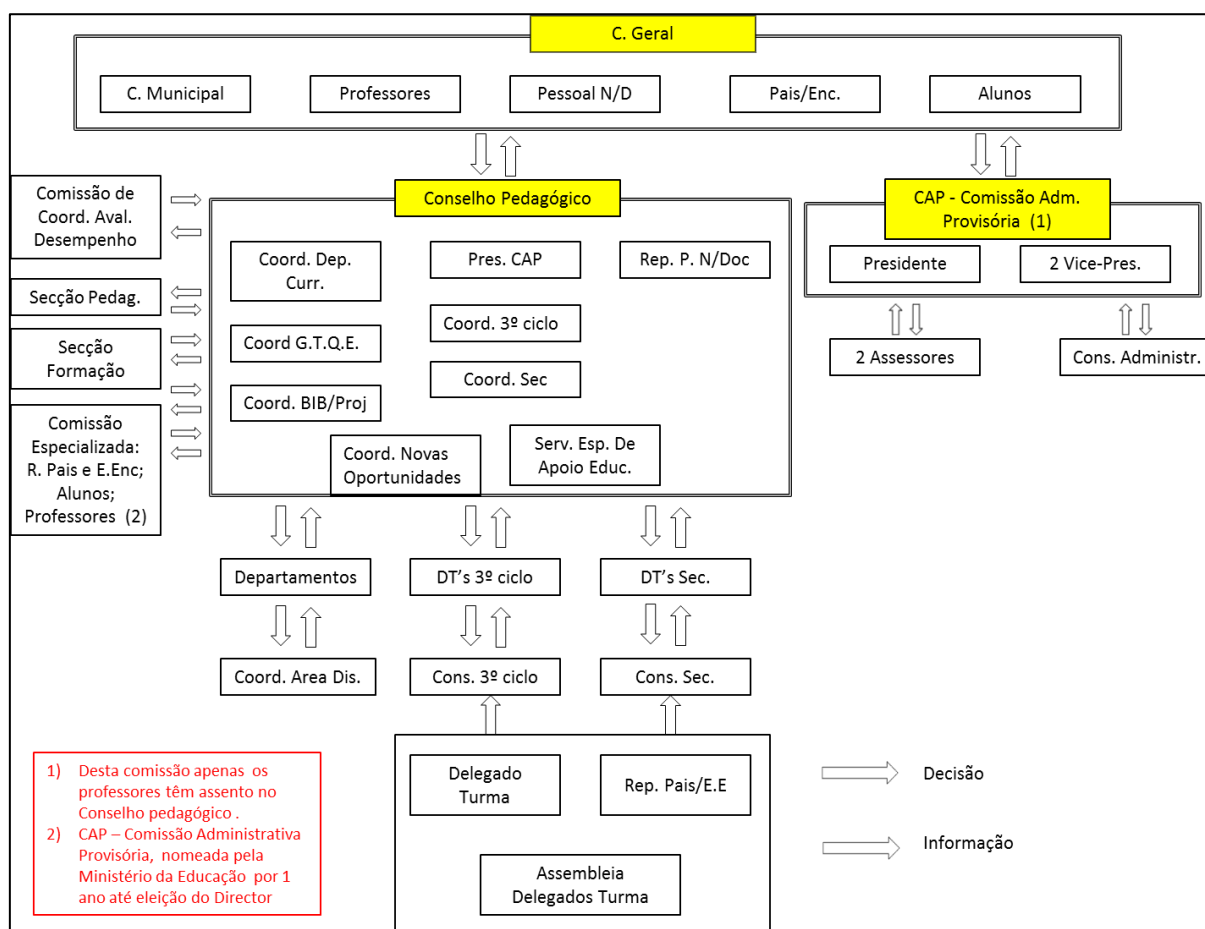


Figura 1.6: Organigrama da ESAG.

Nos últimos anos, no que se refere à administração e organização interna, a ESAG tem sofrido algumas modificações face às alterações legislativas decorrentes da entrada em vigor do Decreto-Lei n.º 75/2008. Não estando ainda estas alterações contempladas no projecto educativo (última actualização no ano lectivo 2006-2007) o organigrama que consta deste documento (ver dossier estágio) não corresponde à organização que subjaz ao funcionamento da ESAG. Assim optámos por apresentar o organigrama actualizado bem como alguns dados relativos à evolução da população escolar no último biênio.

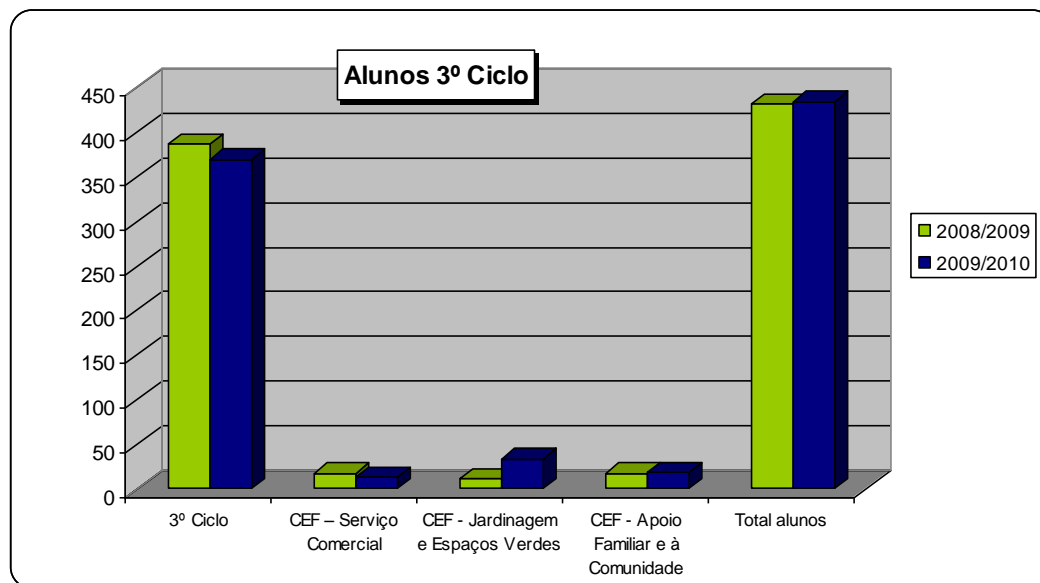
No que concerne à população escolar e, com os dados referentes aos anos 2008/2009 e 2009/2010, podemos caracterizar a ESAG da seguinte forma:

Alunos 3º Ciclo	2008/2009	2009/2010
3º Ciclo	387	370
CEF – Serviço Comercial	17	13
CEF – Jardinagem e Espaços Verdes	11	33
CEF – Apoio Familiar e à Comunidade	17	18
Total alunos	432	434

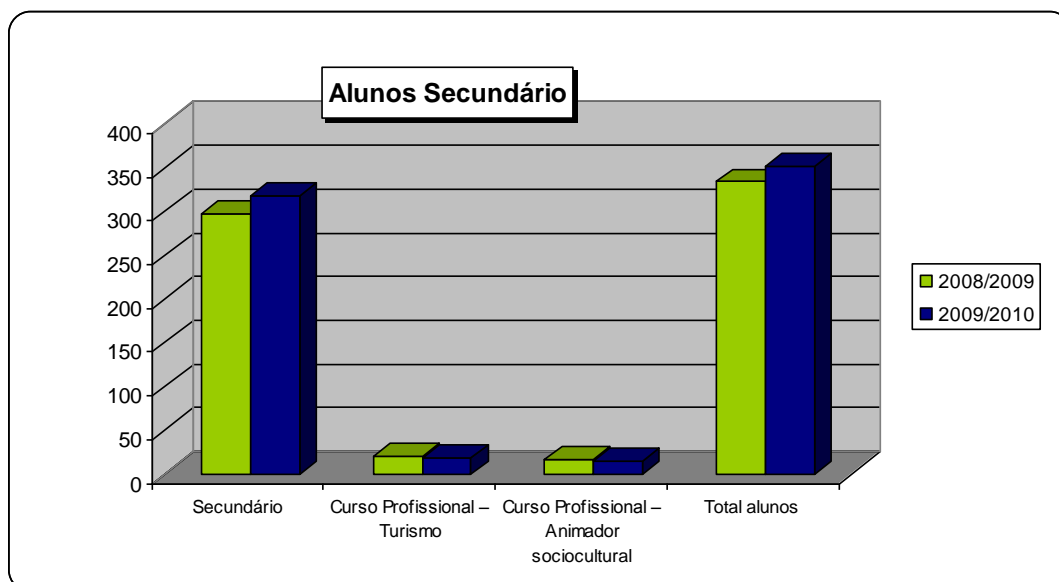
Quadro 1.1: Número de alunos no 3º ciclo.

Alunos Secundário	2008/2009	2009/2010
Secundário	297	318
Curso Profissional – Turismo	20	18
Curso Profissional – Animador sociocultural	17	15
Total alunos	334	351

Quadro 1.2: Número de alunos no Secundário.



Quadro 1.3: Alunos do 3º ciclo por curso.



Quadro 1.4: Alunos do Secundário por curso.

Da análise conjunta das tabelas e gráficos, é possível verificar que a população escolar do 3º ciclo se tem mantido estável, contrariamente ao que sucede com a do Ensino Secundário onde se regista uma pequena oscilação relativa ao número de alunos que frequenta os cursos científico humanísticos.

A abertura dos Cursos de Educação e Formação (CEF) (correspondentes aos 8º e 9º anos de escolaridade) contribuiu para estabilização do efectivo de alunos no 3º ciclo.

Nos últimos anos a escola tem registado um aumento da procura por parte dos alunos do Concelho, quer no 3º ciclo quer no ensino secundário, no entanto apenas é perceptível um ligeiro aumento do número de alunos no secundário em virtude da rede escolar definida pelo Ministério, para cada escola do concelho.

Os recursos humanos docentes e não docentes podem ser caracterizados sinteticamente da seguinte forma:

Docentes	Efectivo
Quadro de escola	59
Contratado	10
Quadro de zona pedagógica	8
Total pessoal docente	77

Quadro 1.5: Pessoal docente.

Não Docentes	
Administrativos	Assistentes Operacionais
11	24

Quadro 1.6: Pessoal não docente.

Importa igualmente destacar os recursos materiais e equipamentos disponíveis na Escola Secundária com 3º Ciclo de António Gedeão.

A Escola dispõe de 6 Pavilhões, um pavilhão Desportivo com Ginásio e Balneários e um Campo Exterior. Os recursos distribuem-se então assim:

Pavilhão	Espaços/equipamentos
A	<ul style="list-style-type: none"> - 12 salas de aula todas equipadas com datashow e com projector; - <i>Ludogedeão</i> – A sala foi criada para a ocupação dos tempos livres dos alunos e estava equipada com jogos didácticos diversos, no entanto o aumento do número de turmas, o funcionamento da escola em turno único e as aulas de substituição têm obrigado à sua utilização como sala de aula;
D	<ul style="list-style-type: none"> - Laboratórios de Biologia, Física e Química com PC para utilização pelo professor; - 8 salas de aula equipadas com televisão, vídeo e DataShow e três das quais com Quadro Interactivo. Uma das salas está equipada com

E	8 computadores para a utilização pelos alunos
	- Gabinete de Apoio Educativo/Associação de Pais e Encarregados de Educação;
	- Gabinete de Orientação Escolar;
	- 1 sala de Educação Visual;
	- 1 sala TIC;
	- 1 sala equipada com material audiovisual;
	- 1 sala equipada com material informático para utilização pelos alunos (um PC por cada dois alunos);
	- Sala de Ciências Naturais/Geologia;
	- Todas as salas deste pavilhão estão equipadas com datashow e 4 salas de aula estão também equipadas com televisão, vídeo e quadro interactivo;
	- Gabinete de EMRC;
H	- Gabinete de Matemática/Projecto Educar para a Saúde
	- Sala de Matemática, com datashow e quadro interactivo
	- Secretaria
	- Posto Médico
	- Sala da Comissão administrativa Provisória (anterior Conselho Executivo)
	- Gabinete de apoio às actividades da CAP
	- Biblioteca
	- Sala de Estudo
	- Sala de Professores
	- Sala de Directores de Turma
L	- Sala de apoio ao funcionamento da secretaria
	- Reprografia
	- Gabinete do Conselho Geral
	- Sala de Cerâmica
	- Sala de Ed. Tecnológica
	- Associação de Estudantes
	- Sala de Teatro
	- Papelaria
	- Sala de Jogos
R	- Bar de alunos
	- Refeitório
	- Sala de Pessoal não docente
Pavilhão Desportivo com Ginásio e Balneários; Campo Exterior com balneários: estes espaços destinam-se não somente às aulas de Educação Física, mas também às actividades do Desporto Escolar	

Quadro 1.7: Distribuição de recursos da escola.

1.2. Papel da escola revisto no seu Projecto Educativo



Figura 1.7: Entrada da ESAG.

O Projecto Educativo da Escola Secundária com 3º Ciclo de António Gedeão, assenta em dois conceitos fundamentais: **percurso** e **solidariedade**.

Conforme explanado no próprio Projecto Educativo da ESAG:

Percorso, *s.m.*, acto ou efeito de percorrer; espaço percorrido; caminho.

*Ser escola é ser viagem. Em grupo.
O Projecto Educativo é o roteiro.
O nosso projecto de escola, a nossa viagem,
começa todos os dias.
Das Ciências, pelas Artes às Humanidades.
Num percurso de solidariedade.*

Projecto Educativo ESAG

Solidariedade, *s.f.*, qualidade de solidário; responsabilidade recíproca;

Solidário, *adj.*, diz-se das partes ou elementos de um todo que são interdependentes; que liga pessoas ou coisas; que partilha, com outros, direitos ou obrigações contratuais; que se encontra com outros numa interdependência de interesses;

Neste projecto, **Solidariedade** é então entendida, em *lato sensu*, como um conjunto de acções e intenções que passam por **contrariar desigualdades facultando oportunidades** aos jovens, sendo que alguns deles poderão apresentar diferenças socioeconómicas entre si.

Ao ser abraçado por todos, este Projecto implica uma **partilha de responsabilidades**, onde as vontades e interesses individuais de cada um são tidos em conta, o que se traduzirá

num enriquecimento colectivo.

Este enriquecimento é também atingido através do fomento da **interdisciplinaridade**, interdisciplinaridade essa que assentará numa comunhão entre as disciplinas que, ao se desejar não serem estanques, se abrirão assim num verdadeiro diálogo de saberes que perspectivam o desenvolvimento global dos alunos.

Finalmente, mas não de somenos importância, esta solidariedade é também encarada como a genuína **entreatajuda e cooperação** entre os alunos, que combaterá assim o individualismo e a desenfreada competição que, infelizmente, cada vez mais caracterizam a nossa sociedade.

O Projecto da Escola – o **percurso**, o caminho a fazer – não está concluído. Não termina aqui, agora. Não termina. *Ele tem a idade das nossas vontades, das nossas lutas, da partilha dos nossos esforços ao longo destes anos de edifício. (Projecto Educativo ESAG).*

Projecto, s.m., plano para a realização de um acto; desígnio; tenção; redacção gráfica ou escrita de uma obra que se vai realizar; aquilo para que tende o homem e é constitutivo do seu ser;

Projecto é também sinónimo de algo que se arquitecta, algo que se arremessa, que se lança, que se lança para a frente. Ao lançarmos algo para a frente, estamos a dar-lhe “vida”, dinamismo. O projecto de escola quer-se então dinâmico, em permanente construção, é algo que se vai arquitectando mas ao qual nunca se vê o fim. Mas não se vê o fim por se terem baixado os braços. Não se vê o fim precisamente porque está sempre em construção. Porque se quer sempre mais e melhor. Porque se tende para algo que nunca está plenamente alcançado.

Por tudo isto, a escola (que não se quer encarada apenas como espaço físico ou como a sua população oscilante e variável) quer-se dinâmica! Está a constituir-se constantemente!

Ser escola é ser projecto. Sempre a fazer-se, sempre por realizar.

Como um rio, que não é apenas o leito, espaço entre as margens,

Nem tão somente a água que nunca é a mesma,

Mas o próprio curso da água no leito que é, ou melhor, vai sendo rio.

Projecto Educativo ESAG

Como projecto a escola será o que dela fizermos, O que dela formos fazendo. Todos. (Projecto Educativo ESAG). Por isso, o projecto educativo que se pretende para a escola, a educação que se pretende para a escola deverá estar em consonância com alguns **Princípios e Finalidades**. A saber:

Princípios:

- *Tolerância, aceitação da diferença, respeito pelo outro;*
- *Solidariedade, cooperação e espírito de entreaajuda;*
- *Abertura de espírito, frontalidade;*
- *Participação activa e democrática na comunidade/sociedade;*
- *Preservação e valorização do património natural, cultural e ambiental;*
- *Melhoria da qualidade de vida e da qualidade de vida na escola;*
- *Diálogo de saberes / interdisciplinaridade;*



Figura 1.8: Uma actividade no Dia da Escola.

Finalidades:

- *Desenvolvimento global, formação integral do aluno, enquanto cidadão do mundo;*
- *Autonomia, iniciativa e responsabilidade – saber ser/saber estar, saber aprender/saber fazer;*
- *Criatividade, espírito crítico e reflexão pessoal;*
- *Promoção de hábitos de vida física, mental e ambientalmente saudáveis;*
- *Bom relacionamento entre os diferentes elementos da comunidade educativa;*
- *Solidariedade, espírito de entreaajuda e cooperação;*
- *Actualização permanente - abertura à mudança.*

Também de acordo com o Projecto Educativo da ESAG, são **objectivos** centrais do trabalho a desenvolver pela escola:

1. *Reforçar a imagem de Escola pública de qualidade;*

2. *Formar cidadãos capazes de intervir de uma forma consciente, crítica e solidária na sociedade e no mundo;*
3. *Qualificar o ensino/aprendizagem, acompanhando e avaliando os resultados do trabalho desenvolvido, em todas as suas vertentes;*
4. *Oferecer formação adequada às necessidades do meio criando anualmente, novos Cursos de Educação e Formação e Cursos Profissionais optimizando os Recursos Humanos e Materiais de que a escola dispõe;*
5. *Proporcionar oportunidades de formação diversificadas, com vista à formação integral dos jovens, complementando aprendizagens curriculares;*
6. *Promover a qualificação e actualização dos recursos humanos, incentivando uma sistemática melhoria das práticas;*
7. *Incentivar a qualidade, a criatividade e a inovação;*
8. *Reforçar a ligação ao meio potenciando os recursos disponíveis e assumindo-se como recurso disponível e capaz de dar resposta às solicitações decorrentes de uma realidade social em evolução;*
9. *Adoptar medidas de reforço educativo para todos os alunos que delas necessitem, acompanhando e avaliando sistematicamente os resultados;*
10. *Qualificar espaços físicos e equipamentos, melhorando-os e mantendo-os actualizados, de acordo com as exigências de uma prática pedagógica de qualidade e tirando partido das novas tecnologias de informação;*
11. *Humanizar espaços, tornando-os adequados ao desenvolvimento de boas relações interpessoais e proporcionadores de um ambiente de trabalho estimulante;*
12. *Privilegiar o diálogo e a participação de todos os membros da comunidade educativa, mantendo paralelamente um clima de disciplina facilitador do trabalho;*
13. *Responsabilizar toda a Escola, individual e colectivamente, pelo respeito de normas e regulamentos democraticamente definidos garantindo o seu cumprimento;*
14. *Dar resposta às questões disciplinares fazendo o acompanhamento individual de alunos com dificuldades de socialização;*
15. *Garantir a segurança efectiva de pessoas e bens dentro e nas imediações da escola;*
16. *Promover e apoiar projectos que promovam a melhoria da qualidade e preservação do ambiente visando a formação de cidadãos ecologicamente responsáveis;*

17. *Promover a utilização sistemática das novas tecnologias de Informação e comunicação enquanto ferramenta facilitadora da integração na sociedade;*
18. *Incentivar e promover o gosto pela leitura;*
19. *Promover actividades facilitadoras de maior e melhor cultura científica e humanística;*
20. *Promover a educação para a saúde nas diferentes vertentes, reforçando aprendizagens para uma sexualidade saudável e responsável, para uma alimentação equilibrada e para uma prática regular da actividade desportiva;*
21. *Fomentar a aprendizagem das línguas estrangeiras com vista a uma plena integração na actual sociedade global.*

1.3. A escola extra-muros



Figura 1.9: Vista da ESAG da parte de trás (linha de comboio).

A escola tem como objectivo abrir as portas ao exterior e ser a porta que se abre às propostas vindas do exterior.

Na ligação com o exterior a escola impõe a obrigatoriedade de todas as turmas realizarem, anualmente, pelo menos uma visita de estudo a qual integra o plano de actividades da turma.

A ligação da ESAG com a Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa (FCT) realiza-se a vários níveis:

- A participação de um representante da FCT no Conselho Geral enquanto membro convidado da comunidade;
- A dinamização de actividades laboratoriais de química na FCT com alunos do 12º ano ao abrigo de um protocolo estabelecido entre a ESAG e a FCT.

São ainda exemplos da forte ligação com a comunidade:

- A implementação, no espaço físico da Escola, de uma estação meteorológica (<http://www.esec-antonio-gedeao.rcts.pt/wx.html>) no âmbito de um protocolo com a Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto para a dinamização do Projecto ENEAS;
- Os Estágios Profissionais proporcionados no âmbito da Formação em contexto de trabalho nos cursos profissionais de Animador Sociocultural e de Turismo;
- Os estágios dos alunos dos cursos CEF de Serviço Comercial, Jardinagem e Espaços Verdes e Apoio Familiar e à Comunidade;
- Visitas de estudo com obrigatoriedade de pelo menos uma por turma;
- Educar para a Saúde;
- Escola electrão;
- Andebol;
- Núcleo Teatro.

1.4. A escola e o Departamento de Matemática

O Departamento de Matemática planificou para o ano lectivo que ora findou, um conjunto de iniciativas e actividades, espalhadas por diversas áreas, das quais se destacam, nos quadros seguintes, as destinadas aos alunos do Secundário:

Reforço das aprendizagens / Apoio a alunos

Actividade	Objectivos
Olimpíadas da Matemática (1ª eliminatória)	- Desenvolver a capacidade de resolução de problemas
“ À descoberta das Rotas Matemáticas “ na UTL	- Promover o gosto pela Matemática; - Conhecer algumas aplicações da Matemática; - Promover o contacto com investigadores do Ensino Superior.
Competição Redemat	- Motivar os alunos para a aprendizagem da Matemática; - Promover o desenvolvimento de competências específicas da Matemática através de um jogo interactivo.

Competição Canguru Matemático sem fronteiras	<ul style="list-style-type: none"> - Motivar os alunos para a aprendizagem da Matemática promovendo a sua participação na competição. - Desenvolver a capacidade de resolução de problemas.
Competições Equamat Competições Mat12	<ul style="list-style-type: none"> - Motivar os alunos para a aprendizagem da Matemática; - Promover o desenvolvimento de competências específicas da Matemática através de um jogo interactivo; - Participar nas competições nacionais do PMatE em Aveiro.
Actividades diversas na Plataforma Moodle	<ul style="list-style-type: none"> - Promoção da utilização da Plataforma Moodle como ferramenta de aprendizagem à distância; - Reforço das aprendizagens curriculares

Quadro 1.8: Reforço das aprendizagens. Actividades e objectivos.

Prática lectiva

Actividade	Objectivos
Palestra – “ GRAFOS?! Mas afinal para que é que isto serve? ”	<ul style="list-style-type: none"> - Sensibilizar os alunos para a importância da teoria dos grafos e suas aplicações; - Desenvolver competências para determinar o essencial de uma determinada situação de modo a desenhar esquemas apropriados a uma boa descrição; - Tomar conhecimentos e métodos matemáticos próprios para encontrar soluções de problemas de gestão; - Encontrar estratégias passo a passo para encontrar possíveis soluções; - Descobrir resultados gerais na abordagem de uma situação.
Visita de estudo “À descoberta das Rotas Matemáticas” da UTL 2010	<ul style="list-style-type: none"> - Dar a conhecer aos alunos algumas aplicações da Matemática.
Trabalho de estatística <i>(Participação no concurso SPE) (Interdisciplinar para alguns grupos)</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Consolidar os conteúdos programáticos da disciplina - Aplicar os conteúdos a situações reais. - Desenvolver a capacidade de: Pesquisa, selecção e organização de informação em situações concretas
Desafio do Alea <i>(Estudo Acompanhado)</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Desenvolver a capacidade de raciocínio e resolução de problemas
Competição World Maths Day	<ul style="list-style-type: none"> - Desenvolver o cálculo mental - Participação no concurso online

EXPO FCT/UNL	<ul style="list-style-type: none"> - Aproximação da realidade Universitária, na sua vertente de Investigação e de Inovação Tecnológica aos alunos do 10º ano, através da apresentação de experiências e demonstrações em laboratórios, visitas guiadas e exposição por parte de empresas de alguma das últimas inovações tecnológicas. - Promover o interesse pelo conhecimento Científico e Tecnológico
---------------------	--

Quadro 1.9: Prática lectiva. Actividades e objectivos.

Dinamização cultural

Actividade	Objectivos
Exposição no âmbito da Matemática <i>(A definir em função da disponibilidade das exposições da APM)</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Promover o envolvimento dos alunos em actividades lúdico-pedagógicas; - Estimular a sua curiosidade, criatividade e gosto pela descoberta de fazer Matemática.

Quadro 1.10: Dinamização cultural. Actividades e objectivos.

Novas tecnologias

Actividade	Objectivos
Página Web da Área Disciplinar de Matemática	<ul style="list-style-type: none"> - Divulgar actividades no âmbito da Matemática; - Divulgar resultados da participação dos alunos em competições diversas; - Divulgar materiais diversos.

Quadro 1.11: Novas tecnologias. Actividades e objectivos.

Formação de Professores

Actividade	Objectivos
Sessões de “geometria dinâmica” com utilização de software diverso	<ul style="list-style-type: none"> - Desenvolver novas estratégias de ensino aprendizagem

Quadro 1.12: Formação de Professores. Actividades e objectivos.

1.5. Projectos

No presente ano lectivo, várias foram as actividades em que tivemos oportunidade de participar e nas quais nos integrámos. A participação em alguns dos projectos da escola foram momentos importantes para o enriquecimento pessoal do estagiário que paralelamente, pôde contribuir para o crescimento daqueles que com ele partilhavam cada experiência.

1.5.1. Dia da Escola

De há uns anos a esta parte, que se comemora na ESAG o dia da escola a 25 de Maio, dia em que oficialmente a escola passou a chamar-se Escola Antonio Gedeão. À semelhança dos anos anteriores os professores da Área Disciplinar de Matemática participaram nestas comemorações dinamizando diversas actividades.



Figura 1.10: Relógio de Sol.

Entre elas podemos destacar a construção de um relógio de Sol que foi pintado no parque da escola encontrando-se assim praticamente no centro da escola e num local bastante visível. Além desta actividade no exterior existia uma exposição numa sala composta por desafios, jogos, e outras actividades de carácter lúdico ou didáctico onde os alunos de forma voluntária participavam. Foi nesta acção que o estagiário mais se envolveu colaborando na exposição e estando presente na dinamização dos jogos e desafios. Além do desenvolvimento destas actividades encontravam-se expostos vários



Figura 1.11: Exposição de jogos.

trabalhos dos alunos, destacando os que foram realizados pelo 10ºA. Estes trabalhos foram desenvolvidos durante as aulas, no âmbito do tema da Estatística, onde os alunos, organizados em grupo, puderam por em prática os conhecimentos adquiridos.

O estagiário também neste dia pode dinamizar na mesma sala a construção de caleidoscópios usando o software de geometria

Geometer's Sketchpad levando os alunos a manipular o programa.

Os principais objectivos para este projecto passavam por:

- Promover o envolvimento dos alunos em actividades lúdico-pedagógicas;
- Estimular a sua curiosidade, criatividade e gosto pela descoberta de fazer Matemática.



Figura 1.12: Construção de caleidoscópios.

1.5.2. World Maths Day

A 13 de Março de 2007 iniciou-se a competição inaugural do World Maths Day.

A Educação foi combinada com o poder da Internet no sentido de unir estudantes de todo o mundo. O jogo *The Live Mathletics* foi a plataforma perfeita para suportar o evento.



Figura 1.13: Site oficial World Maths Day.

Os estudantes jogam em casa ou na escola, jogos de aritmética mental, e competem uns contra os outros em todo o mundo. Cada jogo dura cerca de 1 minuto e cada jogador pode jogar mais de 500 jogos, somando pontos por cada resposta correcta. Aqueles que obtiverem maior número de respostas correctas aparecem na Parede da Fama (Hall of Fame).



Figura 1.14: Aluno a participar no World Maths Day.

Assim, em 2007 e durante 48 horas, mais de 287.000 estudantes de cerca de 98 países participaram no evento e ultrapassaram o recorde, tendo respondido correctamente a 39.904.275 questões. Após este sucesso, nascia assim o World Maths Day!

Em 2008 o sucesso foi ainda maior! O site do World Maths Day esteve aberto por um mês

para praticar e participaram 150 países, mais de 1 milhão de estudantes, 20 000 escolas e 200 milhões de questões (durante o período de prática).

Novo recorde foi batido no dia da competição, com 182.455.169 questões correctamente respondidas.

Neste ano de 2008 a escola António Gedeão juntou-se a esta iniciativa com a participação de uma turma do 8º ano, alguns dos os actuais alunos do 10º A. Desde essa data o número de participantes da escola tem vindo a aumentar ultrapassando este ano os 200 alunos.

Os números continuaram a crescer e em 2009 contaram-se 452.681.681 questões correctamente respondidas por 1.952.879 de estudantes, de 38.058 escolas participantes de 204 países.

1.5.3. Workshop: “GEOMETER’S SKETCHPAD, DIC@S...”



Figura 1.15: Logótipo do GSP.

Com este workshop, pretendia-se que os professores da disciplina de Matemática da Escola Secundária com 3º Ciclo de António Gedeão, pudessem adquirir competências e aptidões para a manipulação da poderosa ferramenta de ensino da Geometria e das Funções que o Geometer’s Sketchpad representa. Pretendia-se ainda que os professores desenvolvessem competências mínimas que lhes permitissem resolver problemas de geometria, procurando assim descobrir as funcionalidades do programa que mais se adequam ao trabalho realizado, elaborando materiais e tarefas para a utilização do GSP na sala de aula, na aprendizagem da Matemática e na elaboração de recursos pedagógicos.

Este workshop, que estava inicialmente previsto no plano de actividades do Departamento, foi reformulado para se adequar às necessidades dos participantes. Sendo assim de comum acordo este workshop irá realizar-se no início do próximo ano lectivo num novo formato contando assim com a integração de outro software de geometria dinâmica, o Geogebra, e com a colaboração da orientadora do estágio, professora Rosário Lopes.

CAPÍTULO 2 – CARACTERIZAÇÃO DO SISTEMA

DIDÁCTICO

Este capítulo tem como principal objectivo caracterizar. Conhecer os alunos do 10º ano em geral e os da turma A em particular é a principal missão deste capítulo. Além disso é possível ficar a conhecer o manual e as calculadoras que os alunos usam e quais as orientações curriculares e metodológicas para o ensino a este nível.

2.1. Caracterização da Turma

2.2.1. Os alunos nesta faixa etária

A caracterização psicológica dos alunos que frequentam o 10º ano de escolaridade da ESAG – 3º ciclo do ensino básico e secundário encontra-se numa faixa etária denominada por **adolescência**.

A adolescência é um período de busca intensa, de interrogação permanente e de insuspeitados temores e inquietações. É o ser descoberto agora em toda a sua plenitude e possibilidade que se procura e se analisa para melhor se compreender e interagir com os outros.

Na adolescência, o indivíduo pretende adquirir a sua autonomia pessoal, o direito de ser ele próprio, ser único dono da sua própria vida, o gosto pelo poder. O adolescente é movido por poderosas forças internas para os seus interesses afectivos, entre outros, que, permanecem sem concretização. O que leva o adolescente a ter determinados impulsos é a reflexão de si mesmo, que demonstra um profundo sentimento de dignidade pessoal. Um ser que pretende viver em pleno os sentimentos humanos, lutando contra as falhas e fragilidades das instituições sociais.

A necessidade imperiosa de auto-afirmação origina comportamentos excêntricos e uma verdadeira crise de originalidade é, então, deflagrada pela extrema dificuldade que o

jovem tem para atingir o seu *eu* mais profundo do *eu* superficial. Na adolescência é a consciência de si que exprime coerência à personalidade.

A adolescência é a fase terminal do crescimento, havendo factores como: a revolução biológica, o sistema endócrino, caracteres sexuais, crescimento, estrutura e peso, e a imagem ideal que influem sobre a personalidade do indivíduo.

Nesta fase a família já não o contenta, e ele já não aceita a infalibilidade dos pais. Contudo, o adolescente ama a família e em termos afectivos dela depende profundamente para se sentir feliz em qualquer espaço. A escola é também uma fonte de afectividade, não só por causa dos companheiros, como também porque simboliza um ideal de conhecimento e de evolução. A adolescência é um tempo de contradições cheio de conflitos, emoções, amor, medo, agressividade, alegria, maturidade, mitos, fantasias e interesses.

Há alterações particularmente importantes para o desenvolvimento social do adolescente, que se resumem em três aspectos:

- Tornam-se capazes de considerar uma variedade de circunstâncias e acontecimentos que poderão acontecer e têm uma especial tendência para reconhecer as discrepâncias entre o real e o impossível;
- Vão sendo progressivamente, capazes de inferir as características pessoais, as motivações e outros aspectos que se encontram implícitos nos acontecimentos e comportamentos sociais;
- Começam a tomar conhecimento que os diferentes indivíduos, incluindo eles próprios, possuem perspectivas distintas acerca do mesmo conjunto de circunstâncias.

Na adolescência, a escola e os seus professores têm um papel fundamental. O professor deverá desenvolver e pôr em prática as ideias dos adolescentes, ajudá-los a explorar os seus próprios interesses e a orientá-los, ou seja, dar-lhes liberdade, mas esta deve ser orientada para uma tomada de decisões, de responsabilidades e mostrar interesse por eles e pelo seu comportamento. Tudo isto para que possam desenvolver a auto-estima, responsabilidade pessoal e social e a moral de valores (Rodrigues 1976).

2.2.2. Os alunos do 10ºA

O 10ºA foi a turma que numa decisão inicial e por conveniência no decorrer do estágio foi acompanhada e observada pelo estagiário Paulo Moreira no decorrer do ano lectivo 2009-2010. Esta turma composta por alunos do Curso de Ciências e Tecnologias, que acompanhou sob orientação pedagógica da Professora Rosário Lopes, professora de Matemática da mesma turma, constituída inicialmente por vinte e oito alunos e que com o decorrer do ano passaram a ser apenas vinte e três por desistência de alguns, dos quais dez são rapazes e treze são raparigas.

No 2º período, os alunos preencheram um questionário que solicitava dados biográficos, dados do encarregado de educação e informações sobre a composição do agregado familiar, e formulava questões gerais relativamente às disciplinas, às profissões pretendidas, ao estudo e aulas, à ocupação de tempos livres, à forma como cada um se via a si mesmo e ao percurso escolar. No entanto é importante referir e reflectir sobre alguns pontos importantes nesta fase.

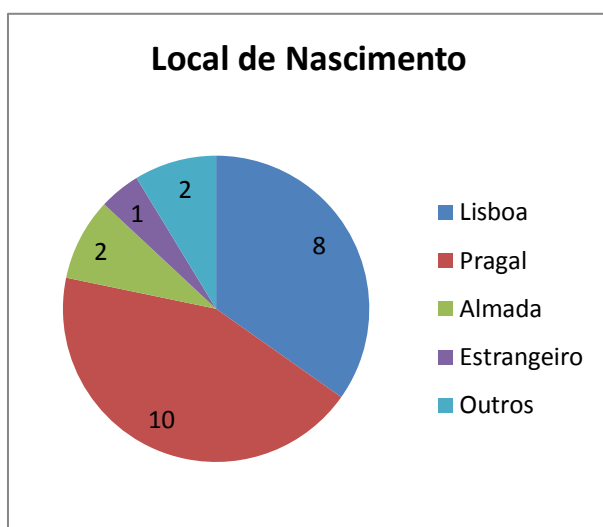
Vamos então conhecer um pouco mais estes alunos apresentando alguns gráficos que nos ajudaram a realizar esse trabalho.

No início do 2º trimestre as idades dos alunos estavam compreendidas entre os 15 e os 17 anos, como indica o quadro 2.13, e quase todos os alunos já tinham completado mais um ano de idade no decorrer deste ano lectivo. Relativamente ao seu passado escolar, nenhum dos alunos têm um historial escolar com retenções, pelo que a idade dos alunos corresponde à idade habitual de frequência deste ano de escolaridade.

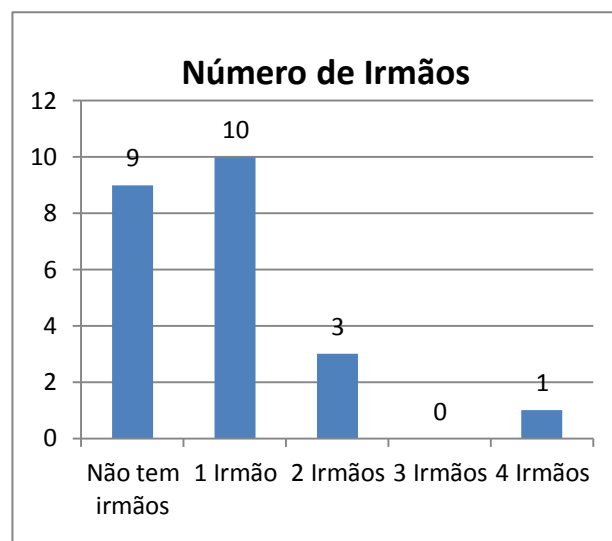


Quadro 2.13: Idades dos alunos.

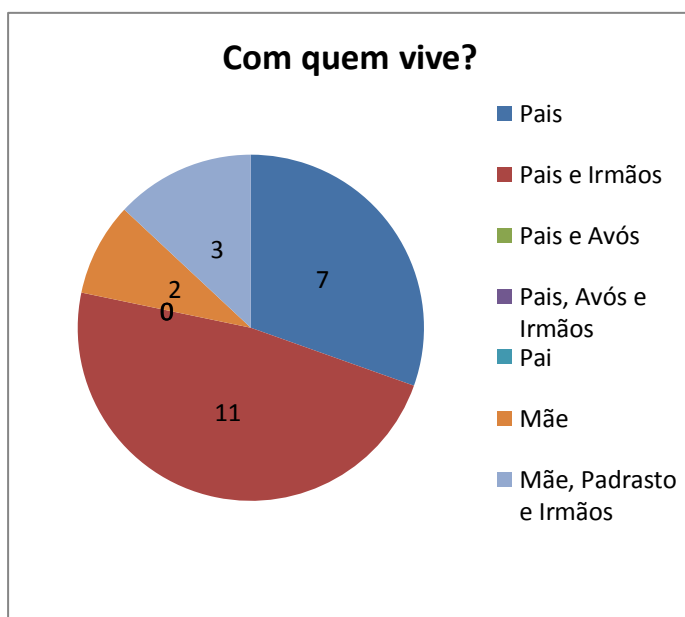
Como podemos verificar no quadro 2.14, a maior parte dos alunos nasceu no concelho de residência ou em concelhos limítrofes. Realça-se que existe apenas um aluno que nasceu no estrangeiro. No que diz respeito ao agregado familiar, o quadro 2.15 e 2.16, no contexto da turma, a maior parte dos alunos não tem irmãos ou tem apenas 1 irmão vivendo em famílias compostas pelos próprios pais e irmão, quando os há; verificamos no entanto que 2 alunos fazem parte de uma família monoparental e 3 dos alunos vivem com a mãe, padrasto e irmãos. No contexto da turma podemos constatar que a função de encarregado de educação, quadro 2.17, é principalmente desempenhada pela mãe.



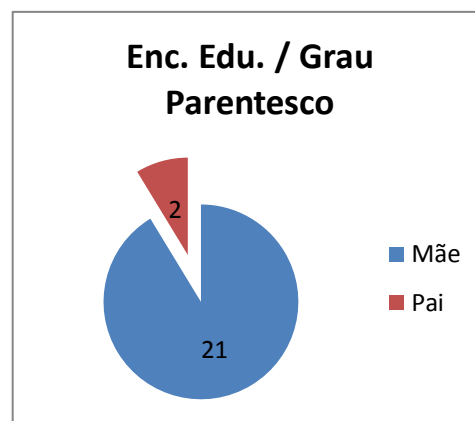
Quadro 2.14: Local de Nascimento.



Quadro 2.15: Número de irmãos.

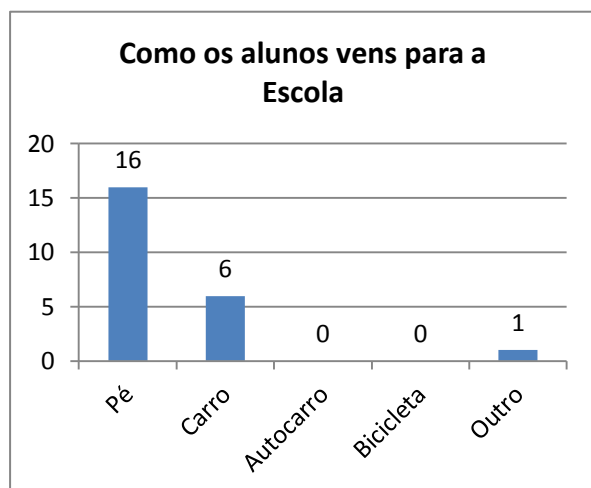


Quadro 2.16: Com quem vivem os alunos.

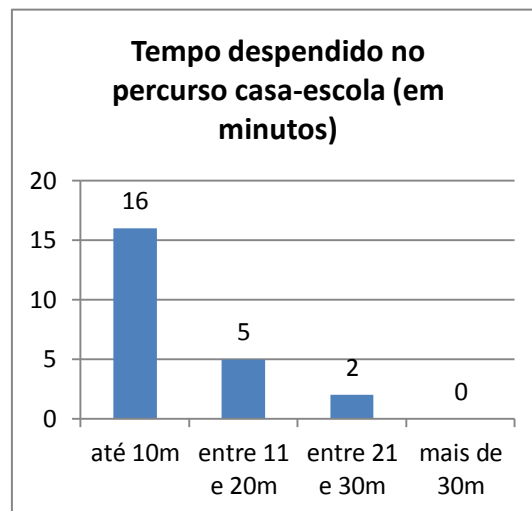


Quadro 2.17: Grau Parentesco do Enc. Educação.

Como podemos verificar nos quadros 2.18 e 2.19, a maioria dos alunos desloca-se a pé para a escola demorando até 10 minutos nesse percurso.

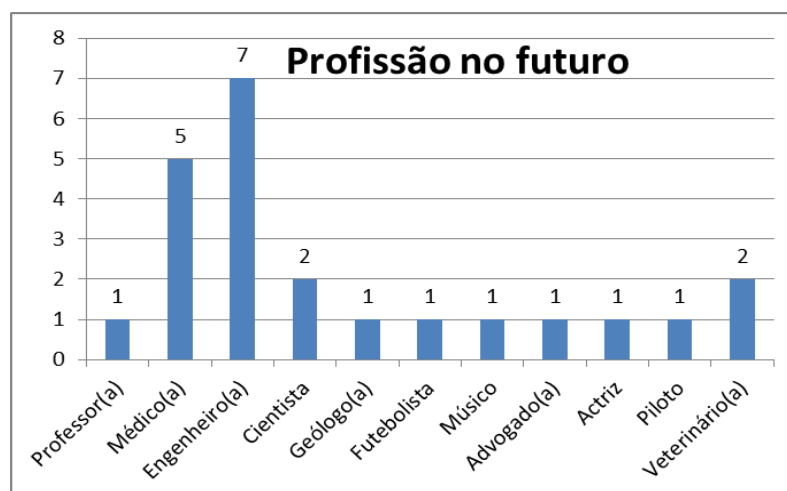


Quadro 2.18: Como os alunos vens para a escola.



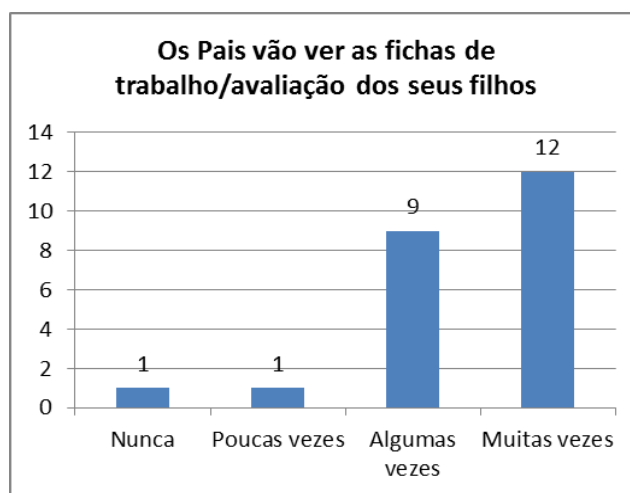
Quadro 2.19: Tempo no percurso casa-escola.

De referir também que 7 alunos referiram a disciplina de Matemática como disciplina que mais gostam e nove indicaram-na como a disciplina que menos gostam. Os alunos referem que pensam estudar até ao ensino superior, à excepção de um aluno que não pretende ir para além do 12.º ano de escolaridade, o que de certa forma justifica a escolha deste curso possibilitando assim o prosseguimento de estudos. No que se refere ao futuro e à vida profissional, quadro 2.20, indicam como profissões desejadas: Engenheiro(a), médico(a), cientista, geólogo(a), veterinário(a), advogado(a), professor(a), atriz, músico e piloto.



Quadro 2.20: Profissão desejada no futuro pelos alunos.

A maioria dos pais possui pelo menos o 12.º ano de escolaridade, alguns até o ensino superior, sendo que a profissão mais evidente é de técnicos e profissionais de nível intermédio. De salientar ainda que, com frequência os pais dos alunos vêm as suas fichas de trabalho e de avaliação, quadro 2.21, e que uma elevada percentagem de encarregados de educação costuma participar nas reuniões convocadas pelo Director de Turma e por iniciativa pessoal, contactam o director de turma. São, portanto, pais preocupados e costumam acompanhar os seus filhos no processo educativo.



Quadro 2.21: Frequência com que os pais dos alunos vêm as suas fichas de trabalho/avaliação.

2.2. Descrição do Manual



SIGMA 10.º ANO - 2 VOLUMES

Carlos Andrade, Paula Pinto Pereira, Pedro Pimenta

Texto Editores

ISBN :978-972-47-3357-9

http://www.projectos.te.pt/projectos_te/sigma/index.htm

Figura 2.16: Manual adoptado.

2.3. Descrição da calculadora mais usada pelos alunos

Cerca de 95% dos alunos da turma do 10ºA usava a calculadora gráfica da marca Texas, sendo que as mesmas eram essencialmente Texas TI-Nspire™ e TI-84Plus.

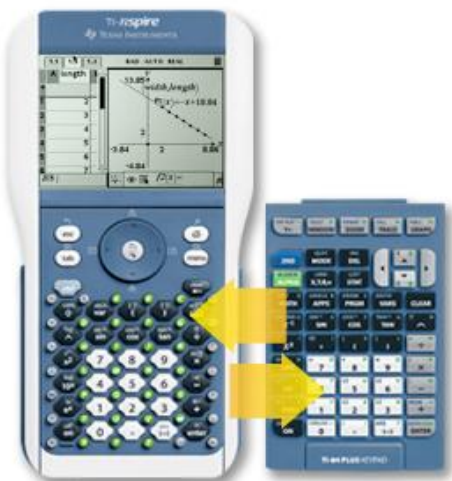


Figura 2.17: Calculadora TI-Nspire™.

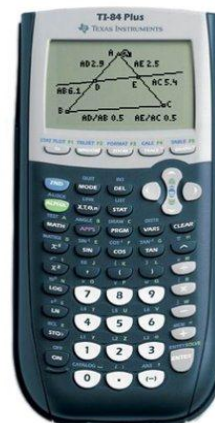


Figura 2.18: Calculadora TI-84Plus.

É de salientar que a calculadora TI-Nspire™ tem a possibilidade de trocar o teclado para a TI-84 Plus ficando assim com todas as capacidades da calculadora TI-84 Plus, no entanto, em sala de aula, os professores optaram pelo teclado da TI-84 Plus pois desta forma era possível todos os alunos acompanharem as explicações dadas a propósito de cada tarefa que exigia a sua utilização.

CAPÍTULO 3 – A PRÁTICA EDUCATIVA

Este capítulo apresenta, de uma forma mais pormenorizada, tudo o que se refere à execução prática do estagiário no que se refere à planificação e execução das aulas e tudo o fizemos relativamente a projectos e desafios, no âmbito do Plano Anual de Actividades da turma acompanhada.

3.1. Planificação e execução das aulas

No início do corrente ano lectivo, ainda no 1º trimestre, procurámos desenvolver um trabalho em grupo com a orientadora, professora Rosário Lopes e com a colega de estágio, Isabel Moura.



Figura 3.19: Sala de aula do 10ºA.

Os estagiários reuniam semanalmente com a orientadora, às sextas-feiras no bloco entre a aula do 10ºA, no primeiro bloco da manhã, e a aula do 10ºE. Estas aulas eram observadas por ambos os estagiários e tinham como objectivo analisar as diferenças entre as duas turmas e a forma como a orientadora intervinha em cada turma. Numa das reuniões iniciais foram marcadas as primeiras aulas

assistidas num conjunto de três. As aulas do estagiário vieram a concretizar-se precisamente nos dias 18, 21 e 24 de Novembro. Como referido anteriormente, estas aulas faziam parte de um ciclo de três aulas, sendo que a última era assistida pelo professor da FCT, Professor Doutor Filipe José Gonçalves Pereira Marques. Essas aulas acabavam por ser relacionadas com um tema, o qual no 1º trimestre era a Geometria e foi esta a nossa primeira experiência na planificação e leccionação de aulas no âmbito do estágio pedagógico, embora já tivesse havido intervenção do estagiário no decorrer de algumas aulas práticas leccionadas pela orientadora. Podemos afirmar que o estagiário se encontrava muito ansioso, pois seria esta a primeira vez que iria enfrentar a turma, o 10ºA.

Relativamente a este ciclo de três aulas foi efectuada uma pequena planificação a curto prazo sobre o tema da Geometria, planificação essa, que depois serviu de base para a elaboração dos 3 planos de aula elaborados pelos estagiários. No nosso entender, este ciclo de 3 aulas com o 10º A correu relativamente bem. O nível de nervosismo do estagiário foi mais elevado na 1ª do que na 2ª aula. Na 3ª aula, e por esta ser assistida pelo Professor Doutor Filipe Marques, o estagiário estava naturalmente um pouco mais nervoso, mas a situação permaneceu controlada. Há no entanto que referir que esse ciclo de 3 aulas acabou por



Figura 3.20: Numa aula de trabalho de grupo com o 10ºA.

não traduzir um trabalho colaborativo com a colega de estágio, mas sim num trabalho realizado individualmente. Julgamos que este aspecto não constituiu uma mais-valia uma vez que não reflecte o trabalho de grupo existente nas escolas. Lamentavelmente, e não dependendo de todo da nossa vontade, esta foi uma situação que se repetiu no 2º trimestre.

No 2º trimestre, o tema das aulas era as Funções. Para este tema foram consideradas 2 aulas assistidas, datadas de 5 e 9 de Fevereiro. Estas foram assistidas pela minha colega de estágio, pela professora orientadora, Rosário Lopes e por 2 professores da FCT, o Professor Doutor Filipe Marques e a Professora Doutora Maria Helena Coutinho Gomes Almeida Santos. Importa referir que, o facto de serem 2 aulas seguidas, trouxe vantagens, na medida em que possibilitou a existência de uma continuidade quer pedagógica quer de raciocínio, uma vez que a matéria leccionada tinha continuidade pedagógica.

Consideramos que estas duas aulas assistidas foram as mais importantes do decorrer do ano lectivo, pois permitiram-nos obter melhores experiências em termos pessoais, precisamente porque existiu essa continuidade e, pese embora terem sido apenas duas, os resultados obtidos nestas aulas foram muito satisfatórios e as conclusões a reter foram muito importantes.

No 3º trimestre existiu apenas mais uma aula assistida, a última, datada de 23 de Abril, também ela inserida no tema das Funções, concretamente as Funções Polinomiais. Esta aula foi novamente assistida pela orientadora de estágio e pelo Professor Doutor Filipe Marques.

De referir que a colega de estágio não estava presente, uma vez que abandonou o estágio no decorrer do 2º trimestre.

Existem várias notas a retirar deste ciclo de aulas assistidas. Do nosso ponto de vista, as mais importantes a nível de mais-valias pessoais são que este tipo de aulas efectivamente permite consolidar e aprofundar a nossa competência ao nível da preparação dos planos de aula. Foram por isso bastante importantes os momentos de reflexão com a orientadora de estágio, nomeadamente na abordagem dos pontos essenciais em termos pedagógicos e nos conceitos a aplicar no decorrer de uma aula. É importante ainda mencionar a sensação com que muitas vezes ficamos, de que muitas vezes o que executamos na sala de aula não reflecte, exactamente, o que planeámos previamente, ficando assim a estranha sensação de que ficou algo por dizer.

Julgamos importante reforçar que, o mais importante a retirar destas aulas assistidas é precisamente a assimilação e consolidação de conhecimentos, não só na planificação e preparação das aulas, mas também na posterior reflexão e análise das mesmas, avaliando e escalpelizando o que correu bem ou menos bem. Neste ponto em concreto, podemos assinalar que o mais importante foi a reflexão realizada sob o ponto de vista dos alunos, ou seja, o podermos-nos colocar nas suas posições e verificar a forma como nos avaliam, nomeadamente nas questões relacionados com os aspectos técnico/científico e com possíveis hábitos adquiridos em anteriores experiências de sala de aula.

Alguns hábitos adquiridos, têm necessariamente de ser identificados e corrigidos ou, até mesmo, eliminados. Por outro lado, é importante referir que os alunos nos dão algumas indicações/orientações que reflectem o modo como nós estamos preparados para leccionar. Se apresentam maior facilidade de compreensão e aprendizagem, significa que o professor está bem preparado para leccionar a matéria, e vice-versa.



Figura 3.21: Plataforma Moodle da ESAG.

Por último, é importante salientar que a preparação para as aulas proporcionou a realização de uma intensa pesquisa sobre os temas, não nos tendo limitado somente ao manual adoptado, pelo que inclusivamente preparámos alguns sketches com base no GSP e utilizámos

alguns recursos que integraram o plano de aula e permitiram diversificar as estratégias em sala de aula. Todos estes pormenores poderão ser encontrados em anexos no dossier de estágio.

3.2. Projectos de Turma

A participação dos alunos o 10ºA passou por vários projectos entre eles os que de seguida se apresentam.

3.3.1. Desafios do Alea

Os desafios do ALEA são problemas do dia-a-dia, baseados em notícias publicadas em órgãos de comunicação social, e destinam-se a alunos do Ensino Básico e Secundário.

Os alunos que respondem correctamente aos problemas propostos ficam habilitados a um prémio. Aos alunos vencedores é atribuído um diploma e um prémio. No final do ano lectivo, é realizado um sorteio extra entre os alunos que responderam correctamente aos desafios propostos, para atribuição de um prémio especial!



Figura 3.22: Site com os desafios do Alea.

3.3.2. Projecto PmatE

O PmatE – Projecto Matemática Ensino – que pode ser visitado no sítio <http://pmate.ua.pt> – nasceu em 1989 e tem origem no Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro. Este é um Projecto de Investigação e Desenvolvimento, cujo seu objectivo inicial e principal seria desenvolver



Figura 3.23: Site oficial do PmatE.

nos alunos o gosto pelas Matemáticas escolares.

Hoje em dia o Projecto, que tem como missão a “Liderança na aplicação de tecnologias e no desenvolvimento de conteúdos e eventos ao serviço da promoção do sucesso escolar e da cultura científica”, vai para além disso, uma vez que desenvolve ferramentas informáticas e conteúdos em diversas áreas do saber.

O PmatE criou uma estrutura digital para a representação de conteúdos – Modelos Geradores de Questões (MGQ) – elaborados por professores da disciplina e que constituem *per se* a peça fundamental do software que o PmatE produz, não só do ponto de vista científico e didáctico mas também informático.

Este projecto inovador tem, desde 1990, desenvolvido uma Plataforma de Ensino Assistido por computador (somente disponível na Internet) que desenvolve conteúdos nas vertentes formativa e competitiva.

Actualmente o PmatE apresenta então três áreas de actuação fundamentais: a comunicação e divulgação de ciência, a intervenção escolar e a cooperação com países de língua oficial portuguesa.



Figura 3.24: Alunos a participar no projecto Alea.

A escola António Gedeão participa neste projecto desde há 8 anos. No decorrer de cada ano lectivo alguns professores de Matemática disponibilizam-se para treinar os alunos que querem participar, de forma voluntária, nas competições do Redemat e nas competições Nacionais em Aveiro. Alguns alunos do 10ºA participam nestas competições desde o 7º ano com resultados bastante positivos.

A participação do estagiário neste projecto passou por acompanhar os alunos do 10ºA e não só quando estes estiveram em competição oficial no dia três de Março de 2010. Além da presença física e o contributo dado pelo estagiário era importante para esclarecer os alunos e ajudá-los a reflectir sobre as questões.

CAPÍTULO 4 – O PROFESSOR E O SEU PAPEL PEDAGÓGICO

... o professor chamava alguém para fazer os trabalhos de casa, fazia a revisão da aula anterior, dava nova matéria, resolvia no quadro alguns exemplos de aplicação e a partir daí, até ao fim da aula, tratava-se de começar a treinar o novo tipo de exercícios.

Renovação do Currículo de Matemática, APM

Este capítulo pretende abordar o papel pedagógico do professor de Matemática enquanto instrutor e educador, a forma como dinamiza e explora as experiências de carácter investigativo com os alunos e qual o seu papel no processo de avaliação.

4.1. O professor de Matemática enquanto instrutor e educador

O Decreto-Lei n.º 240/2001, de 30 de Agosto, estabelece o *Perfil Geral de Desempenho Profissional dos Professores dos Ensinos Básico e Secundário*, enunciando assim referenciais comuns à actividade dos docentes de todos os níveis de ensino, evidenciando também exigências para a organização dos projectos da respectiva formação e para o reconhecimento de habilitações profissionais docentes.

Este *Perfil Geral* estatuído no diploma legal acima mencionado, estabelece quatro **dimensões** de desempenho profissional:

I. Profissional, social e ética;

Aqui, em suma, o professor assume-se como profissional de educação, com a função específica de ensinar aquilo que decorre do saber próprio da sua formação, que exerce a sua actividade profissional na instituição educativa – a escola –, onde fomenta quer o desenvolvimento da autonomia dos seus alunos, quer a sua plena inclusão na sociedade.

O professor deverá também identificar, respeitar e valorizar as diferenças culturais e pessoais da comunidade educativa (não somente os alunos), ajudando assim a combater comportamentos de exclusão e discriminação.

Global e transversalmente, o professor deverá ser dotado de estabilidade e equilíbrio emocional, que deverão ser patentes na sua capacidade relacional e comunicativa.

II. Desenvolvimento do ensino e da aprendizagem;

Nesta dimensão, o professor deverá fomentar uma relação pedagógica de qualidade, promovendo aprendizagens no âmbito de um currículo, integrando com rigor científico e metodológico os conhecimentos das áreas que o fundamentam. Para isso deverá, através do uso correcto da língua portuguesa e da utilização dos seus saberes (próprios e multidisciplinares) promover as aprendizagens significativas no âmbito do projecto curricular, recorrendo para isso à actividade experimental sempre que esta se julgue profícua, bem como deverá desenvolver as competências essenciais e estruturantes que integram esse mesmo projecto.

Será desejável e enriquecedor que recorra a diferentes suportes, como sendo as tecnologias de informação e comunicação, promovendo assim a aquisição de competências nestes domínios por parte dos alunos.

Ao envolver os alunos nos processos de aprendizagem, o professor estará também a promover uma aprendizagem sistemática dos processos de trabalho intelectual e das formas de o organizar e comunicar. Assim, ao desenvolver estratégias pedagógicas diferenciadas, estará também a contribuir para o sucesso e realização de cada aluno no quadro sociocultural, mobilizando valores, saberes, experiências, etc. Esta situação, permitirá também ao professor detectar a existência de crianças ou jovens com necessidades educativas especiais.

Para que o ensino e a aprendizagem se desenvolvam satisfatoriamente, será importante que o professor efectue avaliações, nas suas diversas modalidades e formas de aplicação, pois as mesmas funcionarão como elemento regulador e promotor da qualidade do ensino, da aprendizagem e da sua própria formação.

III. Participação na escola e de relação com a comunidade;

A escola, para além de instituição educativa, deverá também assumir uma dimensão no contexto da comunidade onde está implementada. Assim, o professor deverá exercer a sua actividade profissional, de uma forma integrada em ambas as dimensões.

O professor deverá também fomentar a interacção com as famílias, especialmente no âmbito dos projectos de vida e de formação dos seus alunos. Essa interacção deverá ser estendida a todos os intervenientes no processo educativo, favorecendo a criação e o desenvolvimento de relações de respeito mútuo entre docentes, alunos, encarregados de educação e pessoal não docente, bem como com outras instituições presentes na comunidade.

A comunidade e a escola devem ser encaradas pelo professor como espaços de educação inclusiva e de intervenção social, ou seja, deverão ser vistas como uma aposta na formação para a cidadania. Por esse facto, o docente deverá participar na construção, desenvolvimento e avaliação do projecto educativo da escola.

IV. Desenvolvimento profissional ao longo da vida.

Ao longo da sua vida, o professor deve reflectir sobre o seu desenvolvimento profissional e sobre o seu próprio projecto de formação, reflectindo similarmente acerca das suas práticas pedagógicas, experiências, avaliações. A própria formação deverá ser encarada pelo professor como a construção da sua própria carreira e deverá ser baseada nas suas necessidades decorrentes da prática pedagógica que efectua.

Enriquecer-se-á se colaborar com outros profissionais, na medida em que a partilha de saberes e de experiências será um factor de enriquecimento da sua formação e actividade profissional.

Esta perspectiva de formação e desenvolvimento pessoal e profissional deverá ser encarada com um projecto de vida, de formação e desenvolvimento de competências ao longo da vida (pessoais, sociais e profissionais).

Assim, é também esse o perfil de desempenho profissional específico dos docentes de Matemática do 3º Ciclo e do Ensino Secundário que vigora na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa (FCT-UNL). Então, o perfil de desempenho profissional específico dos docentes de Matemática do 3º Ciclo e do Ensino Secundário da FCT-UNL organiza-se de acordo com duas vertentes:

a. A Matemática

Dos diferentes domínios de sapiência do professor de matemática, aquele que assume maior relevância será, necessariamente, o da ciência Matemática, que deverá ser entendida como uma disciplina que desenvolve a capacidade de resolver problemas, tomar decisões e interpretar padrões visuais, quantitativos e simbólicos.

Em traços gerais, o professor de Matemática deve ter conhecimentos matemáticos de nível superior, uma ampla e clara visão da actividade Matemática e entender a importância da Matemática no mundo contemporâneo.

Como?

- Deverá possuir uma ampla e superior formação em Matemática, dominando os seus princípios, técnicas e métodos de argumentação. Todo este conhecimento deverá ser articulado e aprofundado com a Matemática que vai ensinar;
- A visão clara que deve possuir da Matemática terá a ver com a sua história, natureza e métodos. O professor deverá também vislumbrar que a Matemática se quer imaginativa e criativa na exploração e resolução de novos problemas. Pese embora a apresentação dos resultados em Matemática seja feita sob a forma de uma cadeia dedutiva, assente na força dos raciocínios e das demonstrações, a actividade Matemática não se reduz a esta dimensão e por isso mesmo se quer criativa!
- A Matemática deve ser entendida como extremamente relevante no mundo contemporâneo, uma vez que faz parte do quotidiano das sociedades, da pessoa singular às actividades profissionais e/ou científico/pedagógicas. É assim, um legado cultural do Homem.

b. O ensino e aprendizagem da Matemática

É imperativo que o ensino da Matemática seja um ensino de qualidade. Para tal, é necessário que o docente se dote de técnicas educativas adaptadas precisamente à prossecução desse objectivo – um ensino de Matemática com qualidade. É pois fundamental que o professor de Matemática planifique, desenvolva e reflecta sobre os métodos de ensino e as técnicas a aplicar.

De que forma?

Através de:

- Ambientes de aprendizagem ricos – recorrendo à apresentação de métodos e conteúdos diversificados (por exemplo linguagem, representações, argumentação, dedução, etc.) e fomentando também a pesquisa por parte dos alunos;
- Actividades Matemáticas significativas – que deverão ser coerentes e pertinentes para o tema em estudo, estando igualmente adequadas à idade, compreensão e experiências dos alunos, pois para serem bem sucedidas requerem a sua participação activa;
- Estimulação do pensamento matemático dos alunos – ensinando-os a pensar, estimulando a investigação, a procura de conhecimentos, ajudando a desenvolver a capacidade de formulação e de resolução de problemas, de justificação e de comunicação de conclusões e, também, o questionamento e extensão dessas mesmas conclusões;
- Uma Matemática de qualidade para todos – aqui volta-se ao objectivo de obter um ensino da Matemática com qualidade. Por isso, independentemente das pessoas, da sua origem social ou nível de estudos, o professor deve assegurar-se que todos os alunos devem ter oportunidade de estudar uma Matemática de qualidade, pelo que deverá envidar todos os esforços nesse sentido;
- Forte integração da tecnologia – a obtenção de um ensino de qualidade deverá estar estreitamente relacionada com as ferramentas que são usadas, especialmente com as ferramentas computacionais gráficas e de geometria

dinâmica. A aposta nestas ferramentas conduz a que os alunos desenvolvam um pensamento matemático criativo (como se referiu anteriormente, a Matemática quer-se criativa!) assente em ambientes de aprendizagem ricos e, conseqüentemente, à descoberta de uma Matemática de qualidade por todos os alunos envolvidos nestes ambientes;

- Divulgação da Matemática – é importante que o professor participe em actividades de divulgação científica, centradas ou não na Matemática (neste caso, cooperando com profissionais de outras áreas do saber).

4.2. Abordagem exploratória e investigativa

A Matemática é geralmente considerada como uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, um gabinete fechado, onde não entram ruídos do mundo exterior, nem o Sol, nem os clamores dos homens...

Conceitos Fundamentais da Matemática, Bento de Jesus Caraça

Considerando o teor da citação acima mencionada, é por isso necessário proporcionar cada vez mais experiências de carácter exploratório e investigativo aos alunos e, embora esta exigência se sinta em todos os anos de escolaridade, no ensino secundário esta preocupação deve ser constante. Isto porque, neste ciclo de escolaridade, ocorrem profundas alterações ao nível da formação dos jovens. Desta forma, se estes tiverem contacto com situações reais, enriquecedoras e estimulantes do ponto de vista matemático, parece-nos evidente que poderão encarar, aceitar e dedicar-se à Matemática de uma forma muito mais aberta e espontânea, tornando a sua aprendizagem numa tarefa estimulante e interessante.

Numa actividade de investigação na aula de Matemática, os alunos exploram uma situação aberta, procuram regularidades, formulam problemas e fazem conjecturas, argumentam e comunicam oralmente ou por escrito as suas conclusões.

Investigações Matemáticas na Sala de Aula, APM



Figura 4.25: Alunos na realização de uma tarefa de estatística.

Sem dúvida que as tarefas de investigações são, de facto, fundamentais para uma efectiva aprendizagem da Matemática.

Foi com este sentimento, e sempre que foi possível em contexto de sala de aula, que os alunos foram estimulados e conduzidos na realização de tarefas de investigação. Sem dúvida que a realização do estudo de caso na tese de investigação, foi o lugar apropriado para a implementação deste tipo de tarefas.

4.3. O processo de avaliação

Pretende-se que a avaliação em Matemática não se restrinja a avaliar o produto final mas também o processo de aprendizagem e permita que o estudante seja um elemento activo, reflexivo e responsável da sua aprendizagem (Ministério da Educação, 2001, p. 13).

O NCTM (1991) refere ainda um conjunto de aspectos que devem merecer uma atenção especial na avaliação:

- Avaliar o que os alunos sabem e como pensam sobre a Matemática;
- Encarar a avaliação como parte integrante do processo de ensino;
- Focar uma grande variedade de tarefas Matemáticas e adoptar uma visão holística da Matemática;
- Desenvolver situações problemáticas que envolvam aplicações de um conjunto de ideias Matemáticas;
- Usar várias técnicas de avaliação, incluindo formas escritas, orais e de demonstração;
- Utilizar calculadoras, computadores e materiais manipuláveis na avaliação;
- Avaliar o programa de recolha sistemática de informação de resultados, currículo e ensino;
- Utilizar testes normalizados apenas como um de entre muitos indicadores de resultados (p. 228).

Segundo o NCTM (1991), a avaliação deve estar de acordo com três princípios gerais: (i) compatibilidade entre formas e instrumentos de avaliação e as várias componentes do currículo – finalidades, objectivos, conteúdos, processos matemáticos e experiências de aprendizagem; (ii) a diversidade de modos e instrumentos, que permitam recolher dados convergentes a partir de fontes diversas; e (iii) a adequação dos métodos e práticas de avaliação em relação ao tipo de informação pretendido, ao fim a que se destina e ao nível de desenvolvimento e maturidade do aluno.

Assim sendo, a avaliação em Matemática visa compreender diversas evidências sobre a evolução das aprendizagens de um aluno: o conhecimento matemático, a sua aptidão para o usar, e a sua predisposição para a Matemática. Por outro lado, o processo só fica completo com o estabelecimento de algumas ilações, para isso é fundamental seguir três princípios base: consistência, diversidade e transparência (Abrantes, 2002; NCTM, 1999).

Sem dúvida que estes princípios foram e serão sempre interiorizados na prática pedagógica pelo estagiário. O reflexo disso mesmo é evidente no decorrer deste ano lectivo no trabalho realizado entre o estagiário e a professora orientadora, quer na observação de aulas e posterior reflexão/avalição feita em conjunto, quer na colaboração existente na elaboração de tarefas, testes e respectivos critérios de correcção dos mesmos e na partilha de opiniões e propostas de avaliação dos mesmos.

CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES

Neste capítulo é apresentado um balanço final de todo o trabalho desenvolvido no estágio, acompanhado de uma reflexão mais profunda que não só incide sobre a importância assumida pelo estágio pedagógico mas, que incidirá também sobre o futuro e sobre como as aprendizagens e mais-valias agora adquiridas poderão e deverão desenvolver um importante e fundamental papel no desempenho da docência da Matemática.

5.1. Balanço de um ano – Considerações Gerais

Foi com o objectivo de contribuir para a formação dos jovens, estes cada vez mais exigentes, heterogêneos e de personalidade complexa, que um dia decidimos escolher a profissão de docente, perseguindo também o ideal de podermos assim contribuir para a desmistificação da ideia de que a Matemática é um “bicho-papão”, acessível só a alguns.

A escola e a turma que conhecemos, as amizades que ganhámos, as vivências que partilhámos e as experiências que presenciámos, não só dentro como também fora da sala de aula, valeram o esforço e a dedicação de um ano.

Como observar é também aprender, as aulas tornaram possível observar alunos e professora orientadora e, constituíram assim momentos de aprendizagem, que *per se* possibilitaram reflexões que versaram sobre “como se faz”, quais “as formas de o fazer” e, assim, traduziram-se em aprendizagens que seguramente terão repercussões na melhoria do nosso desempenho enquanto docentes.

Por outro lado, o dia-a-dia na escola, o conversar e o planificar as aulas com a professora orientadora, o preparar exercícios em casa para poder esclarecer qualquer solicitação em aula, o descobrir novas funcionalidades na máquina de calcular, o preparar um *sketch* para facilitar a compreensão de um problema, foram também aprendizagens a reter deste estágio.

É de realçar também o curto espaço de tempo em que foi possível trabalhar com a colega de estágio, Isabel Moura. Sem dúvida que este trabalho em conjunto poderia ter sido

muito proveitoso, na medida em que poderiam ser produzidos materiais de apoio e/ou criadas reflexões construtivas entre ambos os estagiários, situações essas que infelizmente nunca vieram a suceder.

Um ano passou e olhamos, com olhos de ver, para o trabalho desenvolvido e com um sorriso e o coração apertado, pensamos:

Terminou mas valeu mesmo a pena!

5.2. Principais dificuldades sentidas pelo estagiário

As principais dificuldades sentidas pelo estagiário ao longo deste ano lectivo são essencialmente nas questões de rigor científico no que diz respeito à transmissão oral dos conteúdos leccionados, situação esta que advém do facto do estagiário estar a leccionar há já alguns anos, pelo que estão instalados alguns “vícios” na transmissão oral.

Esta é uma situação que o estagiário terá que futuramente vir a superar. Tal poderá ser conseguido com um maior rigor na sua oralidade e na forma como prepara a mesma, preparação essa que requer algumas bases e consolidação científica que o estagiário terá que adquirir. Por outro lado, um maior rigor na preparação das aulas irá permitir uma menor frequência de erros na transmissão oral.

Pouco mais podemos apontar para além da dificuldade sentida pelo estagiário no seu discurso oral e no rigor na transmissão de conhecimentos científicos aos alunos.

5.3. O futuro

Ser professor estagiário é uma tarefa bastante árdua, mas imensamente compensadora. Em todo o trabalho que é desenvolvido é possível ver e compreender a complexidade da função enquanto docentes. Face à sociedade jovem que temos, urge dotar, cada vez mais cedo, os alunos das ferramentas necessárias e ensiná-los também a crescer de forma mais autónoma, fazer com que sigam “pelo seu próprio pé” o caminho que os leva à realização dos seus sonhos pessoais e dos seus objectivos de vida.

Agora que o estágio cessou, congratulamo-nos com a opção profissional que um dia escolhemos para a vida. Agora, o objectivo será continuar esta longa e frutífera caminhada

que outrora nos propusemos fazer, fazendo do impossível o possível em cada dia, em cada escola, em cada aluno tornando assim bem presente o ideal que *“o melhor meio para alcançar a felicidade é contribuir para a felicidade dos outros. Procurai deixar o mundo um pouco melhor de que o encontrastes”* (Cit. de Baden-Powell, no livro *Escutismo para Rapazes*).

5.4. Auto-avaliação Final

Perante um ano de trabalho e no que toca à auto-avaliação recordamos o que realizámos e analisamos, com um olhar crítico, os resultados atingidos. Assim passamos a apresentar a auto-avaliação do estagiário anteriormente entregue à orientadora do mesmo.

CRITÉRIOS	INDICADORES	Escala			
		1	2	3	4
Responsabilidade	Demonstra responsabilidade na organização, no planeamento e na prática pedagógica			x	
Interesse	Demonstra motivação e interesse no trabalho realizado				x
Organização	Os recursos são organizados previamente, bem como as planificações, evitando assim o improviso.		x		
Tomada de Decisões	Possui determinação e capacidade de observação para posteriormente tomar decisões.			x	
Domínio dos conteúdos leccionados	Possui domínio nos conteúdos leccionados, aprofunda-os pesquisa e informar-se.				x
Domínio das estratégias utilizadas	As estratégias utilizadas são dinâmicas e consegue conduzi-las de forma satisfatória. É rigoroso cientificamente nos conhecimentos transmitidos.			x	
Relação teoria / prática	O planeamento e a prática são aplicadas de acordo com os referências previamente adquiridas.			x	
Comprometimento	Demonstra ser actuante e comprometido com o trabalho de docente.				x
Competências profissionais e de conduta	Partilha conhecimentos e trabalha cooperativamente na escola participando e envolvendo-se nas actividades. É assíduo e pontual, cumprindo as propostas definidas.				x
Competências sociais e de relacionamento	Relaciona-se com toda a comunidade educativa de forma coerente e harmoniosa proporcionando um enriquecimento de valores pessoais e sociais.				x

Quadro 5.22: Auto-avaliação do estagiário

Em suma, cremos ter desenvolvido, ao longo deste ano lectivo, um bom trabalho.

Apesar das dificuldades em conciliar o facto de estarmos a leccionar em outra escola, o que implica deslocações com cerca de 75 Km, consideramos que o esforço e a dedicação no estágio superaram algumas dificuldades no cumprimento das tarefas inicialmente previstas.

Por outro lado, a nossa experiência profissional foi uma mais-valia para o desenvolvimento do estágio, uma vez que estávamos mais tranquilos quer no decorrer das aulas assistidas, quer sempre que nos era solicitada a colaboração nas aulas práticas.

De destacar e agradecer toda a disponibilidade da professora orientadora, Rosário Lopes, no aconselhamento e orientação em todo o estágio, tendo-se revelado uma “colega” de trabalho com quem foi possível partilhar bons e maus momentos inerentes a um ano de trabalho como professor numa escola.

Avaliação Qualitativa Global: BOM

PARTE II - INVESTIGAÇÃO

SUMÁRIO

Numa escola igual a muitas outras, numa turma de 10º ano igual a muitas outras com alunos iguais a muitos outros este é o cenário para esta investigação.

Mas afinal...Esta não era uma escola qualquer com alunos iguais a todos os outros. Cada caso é um caso e a Sofia e o Nelson, do 10ºA foram os alunos que voluntariamente se ofereceram para colaborar nesta investigação.

Conhecer a escola com todos os seus intervenientes, observar as aulas, os alunos e a professora de matemática, orientadora de estágio, foram tarefas constantes durante este ano.

Esta investigação enquadra-se no estudo das funções quadráticas, conteúdo este leccionado durante o 2º trimestre do 10º ano de escolaridade.

Conhecidos o cenário e os intervenientes, seria agora o momento indicado para que o guião surgisse e com ele todo o desenrolar de cenas que em conjunto dão história a esta investigação.

Contudo as tarefas trabalhadas e desenvolvidas para o estudo de caso são apenas as ferramentas para motivar a reflexão e posteriormente retirar conclusões. Este será, certamente, o propósito com que o estagiário iniciou esta investigação e onde colocava uma série de expectativas. A opção pela natureza qualitativa, em particular os estudos de caso, na metodologia da investigação facilitou em muito a descrição e compreensão dos processos de raciocínio e a utilização ou não das ferramentas colocadas ao dispor dos alunos.

Apontar as soluções na resolução de tarefas recorrendo as novas tecnologias, como é o caso da calculadora gráfica ou do computador, nunca foi o objectivo traçado para esta investigação. No entanto, o facto de acompanhar a turma e os alunos anteriormente mencionados, para além das aulas, levaram o estagiário a reflectir sobre a importância do uso da calculadora gráfica e do computador na resolução de tarefas.

Da análise dos resultados obtidos no decorrer das tarefas e no processo de avaliação dos alunos da turma pode-se concluir que os alunos recorrem à calculadora gráfica quase que por automatismo. Contudo, o seu uso e a qualidade do mesmo dependem de vários factores, a saber: o conhecimento por parte dos alunos das funcionalidades da calculadora, as

competências adquiridas na disciplina de Matemática e a intervenção da professora em todo o processo de ensino-aprendizagem. Quanto ao computador e ao seu uso como auxiliar para simular as tarefas, de modo a que estas possam facilitar a compreensão do problema, podemos verificar que o mesmo possibilita uma abordagem cada vez mais interactiva e uma compreensão cada vez mais globalizante no estudo das funções.

Sem dúvida que as receitas de sucesso para este tipo de alunos não existem, mas mais do que isso, o importante é analisar os procedimentos e resultados obtidos na resolução das tarefas, neste caso particular, numa turma de 10º ano no tema das funções quadráticas.

Palavras chave:

Funções quadráticas, tarefas de exploração e investigação, calculadora gráfica, computadores.

ABSTRACT

In a school like so many others, in a group of 10th grade, equal to so many other 10th grades, with students similar to other ones, this is the scenery for this investigation.

But...after all This was not an ordinary school and the students weren't like the others. Each case is a case and Sofia and Nelson, of 10th A, were the students who voluntarily offered to contribute in this investigation.

To know the school with all its intervenients, to observe the classrooms, the students and the teacher of Mathematics, these were the constant tasks during this year.

This investigation is fitted in the study of the quadratic functions, which content is taught during 2nd term of the 10th grade of school.

The scenery and the “actors” are already known, now it seems to be the appropriate moment to write the role-play and begin to roll the scenes that, together, will give story to this investigation.

Nevertheless the tasks worked and developed for the study case are only the tools to cause the reflection and subsequently to present conclusions. This will be certainly the purpose which the trainee began this investigation with and where he placed a series of expectations.

The choice for the qualitative nature in the methodology of investigation, especially in studies case, made easier the description and understanding of the processes of reasoning and the use, or non-use, of the tools placed at the disposal of students.

Point solutions in solving tasks using the new technologies, such as graphical calculator or computer, was never the idea for this research. However, the fact that accompany the class and students previously mentioned, in addition to lessons, led the trainee to reflect on the importance of the use of graphical calculator and from the computer in the troubleshooting tasks.

Analysis of the results obtained in the course of labour and in the process of evaluation of students, in the class, can be concluded that students rely on graphical calculator almost by

automatism. However, its use and the quality of even depends on several factors, namely: the students' knowledge on the part of the functionality of the calculator, skills acquired in the discipline of Mathematics and the intervention of the teacher in the entire teaching process. On the computer and to its use as an auxiliary to simulate the tasks so that they can facilitate the understanding of the problem, we can verify that the computer provides an approach increasingly interactive and a globalizing understanding in the study of functions.

Undoubtedly, the receipts of success for this students' type do not exist, but more than that, the important thing is to analyse the proceedings and results obtained in the resolution of tasks, in this particular case, in a group of 10th year in the subject of the quadratic functions.

Key words:

Quadratic functions, tasks of exploration and investigation, graphic calculator, computers.

ÍNDICE

PARTE II - INVESTIGAÇÃO	53
SUMÁRIO.....	54
Palavras chave:.....	55
ABSTRACT	56
Key words:.....	57
ÍNDICE	58
CAPÍTULO 6 – INTRODUÇÃO	64
6.1. Motivação Pessoal	64
6.2. Orientação Pedagógica para o Ensino das Funções Quadráticas	65
6.3. Justificação do Projecto	68
6.4. Objectivos e questões da investigação	69
6.5. Enquadramento e organização geral da investigação	70
CAPÍTULO 7 – REVISÃO DE LITERATURA SOBRE FUNCÕES QUADRÁTICAS	73
7.1. Contexto histórico.....	73
7.1.1. Conceito de função	73
7.1.2. As funções quadráticas.....	75
7.2. Indicações metodológicas	76
7.2.1. Conteúdos.....	76
7.2.2. O papel da tecnologia.....	77
7.2.4.1. O uso da calculadora gráfica	78
7.2.4.2. O uso do computador.....	80
CAPÍTULO 8 – METODOLOGIA	81
8.1. Abordagem do problema.....	81

8.2.	Opções de Investigação	82
8.2.1.	Investigação qualitativa – caracterização e metodologia	83
8.2.2.	Estudo de caso	86
8.3.	Intervenientes na acção	88
8.3.1.	A Escola	88
8.3.2.	A turma	90
8.3.3.	Os dois alunos.....	93
8.4.	Propostas Pedagógicas	97
8.4.1.	Concretização / Planificação	97
8.4.2.	Os vários momentos.....	98
8.4.3.	Tarefas.....	99
8.5.	Análise de Dados	102
CAPÍTULO 9 – ANÁLISE DE DADOS		103
9.1.	O caso do Nelson	103
9.1.1.	No início da investigação	103
9.1.2.	Durante a investigação	107
9.1.3.	No final da investigação.....	115
9.2.	O caso da Sofia	117
9.2.1.	No início da investigação	117
9.2.2.	Durante a investigação	118
9.2.3.	No final da investigação.....	125
CAPÍTULO 10 – REFLEXÕES		127
10.1.	Reflexão sobre o estudo de caso	127
10.2.	Reflexão sobre as metodologias no estudo das funções quadrática	129
10.3.	Reflexão no uso das tecnologias	130
REFERÊNCIAS		131

ANEXOS.....	136
ANEXO 1: Autorização da Comissão Administrativa Provisória	136
ANEXO 2: Autorização para Encarregados de Educação 1.....	137
ANEXO 3: Autorização para Encarregados de Educação 2.....	138
ANEXO 4: Tarefa 1 - Teste de avaliação realizado no 2º período.	139
ANEXO 5: Entrevista inicial e Tarefa 2.....	142
ANEXO 6: Tarefa 3	144
ANEXO 7: Questão seleccionada (Fragmento do teste intermédio de 5/05/2010)	145
ANEXO 8: Guião da entrevista final	146

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 6.1: Fragmento da planificação das funções quadráticas, Matemática A 10º Ano, Cursos Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas (pág. 22).	65
Figura 6.2: Fragmento da planificação das funções quadráticas, Matemática A 10º Ano, Cursos Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas (pág. 28).	67
Figura 8.3: Exercícios do teste de avaliação realizado a 22 de Março.	100
Figura 9.4: Resolução da questão 1.1. (teste de avaliação).	103
Figura 9.5: Resolução da questão 1.2. (teste de avaliação).	104
Figura 9.6: Resolução da questão 1.3. (teste de avaliação).	105
Figura 9.7: Resolução da questão 2.1.1. (teste de avaliação).	105
Figura 9.8: Resolução da questão 2.1.2. (teste de avaliação).	106
Figura 9.9: Resolução da questão 2.1.3. (teste de avaliação).	106
Figura 9.10: Resolução da questão 1.2. (tarefa 2).	107
Figura 9.11: Ecrãs de visualização capturados na resolução da questão 1.2. (tarefa 2).	108
Figura 9.12: Resolução da questão 2.3. (tarefa 2), expressão algébrica da função f	109
Figura 9.13: Resolução da questão 2.3. (tarefa 2), expressão algébrica da função g	109
Figura 9.14: Verificação da questão 2.3. (tarefa 2), expressão algébrica da função f	110
Figura 9.15: Resolução da 1ª alínea (tarefa 3).	111
Figura 9.16: Resolução da 2ª questão (tarefa 3).	112
Figura 9.17: Verificação da 2ª questão (tarefa 3).	113
Figura 9.18: Resolução da questão 3.4. (tarefa 2).	114
Figura 9.19: Resolução da questão 3.1. (teste intermédio).	115
Figura 9.20: Resolução da questão 3.2. (teste intermédio).	116

Figura 9.21: Resolução da questão 3.3. (teste intermédio).	116
Figura 9.22: Resolução da questão 1.2. (teste de avaliação).	117
Figura 9.23: Resolução da questão 1.3. (teste de avaliação).	118
Figura 9.24: Resolução da questão 2.1.1 (teste de avaliação).	118
Figura 9.25: Resolução da questão 1.2. (tarefa 2).	119
Figura 9.26: Ecrãs de visualização capturados na resolução da questão 1.2. (tarefa 2).	120
Figura 9.27: Resolução da questão 2.3. (tarefa 2).	121
Figura 9.28: Resolução da 1ª alínea (tarefa 3).	122
Figura 9.29: Resolução da 2ª questão (tarefa 3).	123
Figura 9.30: Resolução da questão 3.4. (tarefa 2).	124
Figura 9.31: Resolução da questão 3.1. (teste intermédio).	125
Figura 9.32: Resolução da questão 3.2. (teste intermédio).	125
Figura 9.33: Resolução da questão 3.3. (teste intermédio).	126

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 6.1: Fragmento da planificação anual do 10ºA.	71
Quadro 8.2: Número de alunos no 3º ciclo.	89
Quadro 8.3: Número de alunos no Secundário.	89
Quadro 8.4: Profissão desejada no futuro pelos alunos.	91
Quadro 8.5: Frequência com que os pais dos alunos vêm as suas fichas de trabalho/avaliação.	92
Quadro 8.6: Idades dos alunos.	92

Quadro 8.7: Notas no 1º período. Percentagem por intervalo de classificação.	93
Quadro 8.8: Notas do final do 3º ciclo.	96
Quadro 8.9: Resultados no 1º Período 2009/2010.	96
Quadro 8.10: Planificação das tarefas desenvolvidas na investigação.	97

CAPÍTULO 6 – INTRODUÇÃO

Neste primeiro capítulo da investigação são dadas a conhecer as motivações pessoais do autor na realização da mesma e é facultada a informação dos principais objectivos e questões implícitas à sua realização. Contudo, não são esquecidas as orientações pedagógicas existentes no ensino para a leccionação do tema abordado - as funções quadráticas. Para melhor conhecer o projecto desenvolvido é ainda explicado, neste capítulo, o seu enquadramento e organização.

6.1. Motivação Pessoal

A importância da Matemática em qualquer plano de estudo provém não só das múltiplas aplicações à Ciência e a Técnica como, principalmente, da justeza e do seu método, que, no dizer de Pascal, parece dar àqueles que o cultivam um sentimento especial.

Análisis Matemático – Rey Pastor

É este sentimento especial que o faz ir mais longe e o faz pensar que não devemos ficar parados à espera de quem faça por nós.

Por isso mesmo, o ensino da Matemática dá o seu contributo, pelos seus princípios e métodos de trabalho, na educação dos jovens para a autonomia e solidariedade, independência empreendedora, responsabilidade e consciência nas relações em que está envolvido e no ambiente em que vive para que em conjunto possa fazer muito mais por quem está a seu lado deixando o mundo um pouco melhor do que o encontraram.

Mas o melhor meio para alcançar a felicidade é contribuir para a felicidade dos outros. Procurai deixar o mundo um pouco melhor de que o encontrastes.

Escutismo para Rapazes – Lord Baden - Powell of Gilwell

O Ensino da Matemática é, hoje em dia, cada vez mais envolvente no que respeita às conexões que se podem estabelecer entre os diversos temas do programa articulando, muitas vezes, os conteúdos dos seus diversos níveis de ensino e conjugando interpretações e abordagens para tirar um melhor partido dos instrumentos adquiridos. Os problemas com que hoje nos deparamos requerem abordagens que se desenvolvem na reflexão e no encontro de diversas perspectivas. Assim, há que estimular este conjugar de opções para melhor captar e orientar as boas ideias. Aqui, as novas tecnologias adquirem um papel muito importante na medida em que promovem não só a capacidade de estabelecer estas conexões, como também são por vezes um dos poucos meios de as concretizar em sala de aula para conduzir a um fim, que é o sucesso dos nossos alunos.

6.2. Orientação Pedagógica para o Ensino das Funções Quadráticas

Ao longo dos últimos anos a forma de ensinar e aprender a fazer o estudo de uma função mudou consideravelmente. As alterações e orientações pedagógicas para o estudo das funções vieram assim sofrer uma mudança profunda que se deve essencialmente ao facto da introdução das tecnologias no ensino, nomeadamente a calculadora e o computador.

<p>■ Tecnologia e Matemática</p>	<p>A dimensão gráfica constitui uma componente incontornável do trabalho matemático, pelo que é importante o uso de tecnologia adequada (calculadora gráfica ou computador)</p> <p>É preciso ter presente que a "tecnologia" em si não está em causa como conteúdo de ensino, mas que são as aprendizagens que ela pode proporcionar que justificam o seu uso. O recurso à tecnologia pode auxiliar os estudantes na compreensão de conceitos matemáticos e prepará-los para usar a matemática num mundo cada vez mais tecnológico. Como qualquer ferramenta, a tecnologia pode ser utilizada de um modo mais ou menos rico. Nunca deve ser utilizada como simples substituição de raciocínios básicos, mas sim de modo a enriquecer a aprendizagem matemática, tornando-a mais profunda.</p> <p>Um estudante deverá registar por escrito, com os comentários julgados adequados, as observações que fizer ao usar a calculadora gráfica, o computador ou outro material, descrevendo com cuidado as propriedades constatadas e justificando devidamente as suas conclusões relativamente aos resultados esperados (desenvolvendo-se assim tanto o espírito crítico como a capacidade de comunicação matemática).</p>
----------------------------------	---

Figura 6.26: Fragmento da planificação das funções quadráticas, Matemática A 10º Ano, Cursos Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas (pág. 22).

Analisando e reflectindo sobre as indicações ilustradas na figura anterior, podemos afirmar que é cada vez mais notória a ideia de reforçar e actualizar o programa de 10º ano às realidades actuais, dando mais importância à introdução obrigatória da utilização da tecnologia gráfica. Sem dúvida que as novas tecnologias, a calculadora gráfica em particular, pelas suas potencialidades, mas também acessibilidade, traz para a ribalta a representação gráfica no estudo de uma função.

A valorização da representação gráfica de uma função veio possibilitar uma visão global no estudo das funções fazendo com que o aluno compreenda conceitos matemáticos importantes e sinta a necessidade de fazer em muitos casos o seu estudo analítico. Este processo veio tornar o trabalho do aluno muito mais aliciante, pelo que este deve pensar, investigar, experimentar e não somente ouvir e reproduzir os conceitos transmitidos.

No entanto, é importante salientar que a introdução da calculadora gráfica, por si só, não irá conduzir a uma melhoria significativa na aprendizagem da Matemática no ensino secundário. A introdução da tecnologia poderá ser um factor importante se for integrada numa transformação geral da abordagem feita, neste caso ao estudo das funções, em que:

- se dá ênfase às múltiplas representações das funções (tabelas, gráfico, expressão analítica) e à sua interpretação em problemas concretos ligados a várias situações da realidade e de outras Ciências;
- se valorizam estratégias de exploração e descoberta por parte do aluno;
- se dá tempo ao aluno para que possa fazer as suas próprias descobertas;
- se reconhece a necessidade de ensinar e educar no uso da máquina, desenvolvendo o espírito crítico;
- se utiliza a máquina como um instrumento de trabalho flexível ao longo de todo o ano e em todos os momentos de trabalho dos alunos.

Apresentamos de seguida um fragmento do programa de 10º ano onde estão referenciadas as indicações metodológicas para o estudo das funções, em particular das funções quadráticas.

Indicações Metodológicas
<p>As propriedades sugeridas são: domínio, contradomínio, pontos notáveis (intersecção com os eixos coordenados), monotonia, continuidade, extremos (relativos e absolutos), simetrias em relação ao eixo dos YY e à origem, limites nos ramos infinitos. Os estudantes devem determinar pontos notáveis e extremos tanto de forma exacta como de forma aproximada (com uma aproximação definida <i>a priori</i>) a partir do gráfico traçado na calculadora gráfica ou computador.</p> <p>No estudo das famílias de funções os estudantes podem realizar pequenas investigações.</p> <p>O estudo das transformações simples de funções deve ser feito tanto usando papel e lápis como calculadora gráfica ou computador; a função f tanto pode ser dada a partir de um gráfico como a partir de uma expressão analítica.</p>
<p>Na resolução de problemas deve ser dada ênfase especial à Modelação Matemática (por exemplo, usando dados concretos recolhidos por calculadoras gráficas ou computadores acoplados a sensores adequados). Deve ser dada ênfase especial à resolução de problemas usando métodos numéricos e gráficos, nomeadamente quando forem usadas inequações. A resolução numérica ou gráfica deve ser sempre confrontada com conhecimentos teóricos. Deve ser usada a resolução analítica sempre que a natureza do problema o aconselhar, por exemplo quando for conveniente decompor um polinómio em factores. O estudo analítico dos polinómios deve ser suscitado pela resolução de problemas e aí integrado. A resolução analítica de problemas deve ser sempre acompanhada da verificação numérica ou gráfica.</p>

Figura 6.27: Fragmento da planificação das funções quadráticas, Matemática A 10º Ano, Cursos Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas (pág. 28).

Como podemos verificar na resolução de tarefas, deve ser dado especial ênfase à Modelação Matemática (por exemplo, usando dados concretos recolhidos por calculadoras gráficas ou computadores acoplados a sensores adequados). No entanto, não deve ser esquecida a resolução de problemas usando métodos numéricos e gráficos em simultâneo, sendo que a resolução analítica deve ser sempre acompanhada da verificação numérica e gráfica. Assim sendo, alguns dos cálculos podem ser efectuados pela calculadora, crescendo a

importância do desenvolvimento de capacidades para fazer uma boa utilização desta tecnologia.

6.3. Justificação do Projecto

As referências e o estudo das funções encontram-se com frequência ao longo do actual programa do ensino secundário, designadamente em Aritmética, Álgebra, Geometria e Probabilidades. Apesar da importância atribuída pelo Ministério da Educação e reflectida nas exigências dos conteúdos leccionados, os alunos, de um modo geral, apresentam algumas ou até mesmo muitas dificuldades ao trabalharem com elas.

Quer para uma maior elucidação sobre a origem deste problema, quer para a construção de uma prática pedagógica cada vez mais capaz de responder as exigências actuais, é fundamental reflectir sobre o porquê das dificuldades que os alunos evidenciam ao trabalhar com funções, bem como verificar a forma como lidam com as diferentes representações de funções, assim como será importante identificar algumas dificuldades na interpretação dos dados fornecidos pelas novas tecnologias usadas no processo ensino-aprendizagem.

Podemos então afirmar que esta investigação pretende caracterizar, analisar e compreender não só o que se refere à prática pedagógica no estudo das funções, em particular as funções quadráticas, mas também a compreensão e análise mais cuidada das aprendizagens, das dificuldades, das preocupações ou até mesmo das facilidades no estudo deste tema.

Salientamos que o programa de Matemática A faz referência explícita à realização de actividades de investigação Matemática pelos alunos (Ministério da Educação, 2001). Assim com o recurso a tarefas de investigação desenvolvidas nos cadernos diários, com o simples lápis e borracha, no quadro branco com caneta de feltro e apagador, até ao uso da calculadora gráfica, do computador pessoal e da “tecla enter”, os alunos são convidados a explorar e a adquirir conhecimentos recorrendo a todos estes recursos, softwares específicos, ambientes de

aprendizagem virtual, recursos web 2.0, ou até mesmo continuar a usar a plataforma Moodle como repositório e local de partilha das conteúdos leccionadas.

Saber-procurar, saber-construir e saber-inovar serão certamente as palavras-chave para atingir os objectivos propostos com esta investigação.

6.4. Objectivos e questões da investigação

O objectivo principal desta investigação é analisar a qualidade na utilização das novas tecnologias ao dispor dos alunos - calculadoras gráficas e computadores - na resolução de problemas e realização de tarefas de natureza exploratória e investigativa, no âmbito do estudo das funções quadráticas em alunos do 10.º ano de escolaridade. Para este fim, é proposta uma metodologia de trabalho baseada em tarefas de investigação, determinadas a proporcionar uma reflexão mais cuidada e procurando dar resposta às competências e conhecimentos previamente propostos. O ambiente seleccionado para o desenvolvimento tem como espaço de partilha a observação em sala de aula e, no trabalho específico, o estudo de caso com dois alunos.

De uma forma mais específica importa salientar alguns objectivos a ter em conta nesta fase da investigação:

- ✓ Caracterizar a turma do 10ºA e identificar junto da professora, orientadora pedagógica, quais os pré-requisitos exigidos e necessários para que os alunos acompanhem a disciplina e possam vir a ter sucesso na mesma;
- ✓ Seleccionar os alunos para esta investigação e dotá-los de pré-requisitos para colmatar algumas falhas detectadas aquando do diagnóstico inicial;
- ✓ Desenvolver um conjunto de tarefas/exercícios de investigação em conjunto com a professora orientadora para dar resposta aos conteúdos leccionados;
- ✓ Proporcionar momentos de avaliação contínua (tarefas/exercícios), de forma a retirar possíveis conclusões do percurso;
- ✓ Acompanhar os alunos da referida turma até à conclusão do ano lectivo, a fim de verificar mudanças e alterações nos seus hábitos de estudo;

- ✓ Avaliar e reflectir sobre as opiniões dos alunos acerca dos vários tipos de recursos e dos vários tipos de acompanhamento, identificando os elementos positivos e negativos da investigação (Análise Swot).

Reflectindo sobre os objectivos específicos anteriormente mencionados seria neste momento importante realçar e nomear algumas questões ou possíveis hipóteses de investigação que poderão certamente servir de auxílio no caminho a percorrer.

1ª Questão: Quais serão os recursos que mais satisfazem a compreensão dos conteúdos leccionados?

2ª Questão: Qual o desempenho dos alunos na realização de tarefas matemáticas, onde é sugerida a utilização da calculadora gráfica?

3ª Questão: Um apoio mais individualizado na realização das tarefas de investigação irá constituir uma mais-valia no processo de ensino-aprendizagem?

4ª Questão: Que estratégias podem ser usadas para colmatar as dificuldades de aprendizagem e compreensão de alguns alunos com recurso a uma aprendizagem extra sala de aula?

5ª Questão: O recurso a uma aprendizagem extra sala de aula pode vir a melhorar os resultados dos alunos mais introvertidos e menos participativos?

6.5. Enquadramento e organização geral da investigação

Esta investigação enquadra-se no ano lectivo de 2009-2010 situando-se, em termos curriculares, no 2º período, e tendo por destinatários os alunos do 10º ano, turma A, do Curso de Ciências e Tecnologias na Escola Secundária com 3º ciclo de António Gedeão, que acompanhou durante o estágio pedagógico sob orientação pedagógica da Professora Rosário Lopes, professora de Matemática da mesma turma.

A investigação veio a enquadrar-se na planificação anual, previamente elaborada no início do ano lectivo segundo a estrutura que de seguida se apresenta.

2º Período	GEOMETRIA NO PLANO E NO ESPAÇO I
---------------	--

Quadro 6.23: Fragmento da planificação anual do 10ºA.

Os vinte e oito alunos do 10ºA foram os escolhidos para esta investigação, e que com o decorrer do ano passaram a ser vinte e três por desistência de alguns, sendo posteriormente apenas dois alunos os escolhidos de entre os que voluntariamente se ofereceram para um estudo de caso. Os dois voluntários que vieram a intervir nesta investigação foram o *Nelson* e a *Sofia*.

No início do 2.º período, o estagiário deu a conhecer à Comissão Administrativa Provisória da escola, na pessoa da orientadora de estágio, com mais pormenor, os objectivos da investigação e solicitaram autorização para a sua concretização, designadamente na realização de um estudo de caso e na recolha de dados dos alunos da turma, e neste caso particular dos dois alunos envolvidos na investigação (anexo 1). Após a autorização concedida apresentaram à turma os objectivos da investigação, solicitando a aprovação dos alunos em geral e a colaboração de voluntários para o estudo de caso. Estes foram receptivos e manifestaram disponibilidade para colaborar no desenvolvimento das tarefas propostas. Pelo facto de serem menores de idade também deram a conhecer o projecto aos encarregados de educação dos alunos voluntários e estes autorizaram a participação dos seus educandos (anexos 2 e 3).

No que concerne à organização, esta investigação está estruturada em cinco capítulos. Neste primeiro capítulo (capítulo 6), dedicado à introdução, é referida a motivação pessoal do

estagiário, tendo por base uma reflexão sobre as suas motivações enquanto professor e a importância da realização desta investigação neste tema específico. Ainda neste mesmo capítulo, são mencionadas as orientações pedagógicas para o estudo deste tema bem como as justificações que levam o estagiário a escolher este projecto. Por fim, são mencionados os objectivos e as questões subjacentes à investigação. No capítulo 7, é exposta toda a revisão de literatura sendo dado particular interesse à contextualização histórica no estudo das funções, em especial das funções quadráticas, e às indicações metodologias no estudo das mesmas: competências, conteúdos e o papel da tecnologia. O capítulo 8, explicita as opções metodológicas, as principais características dos participantes do estudo e as razões para a sua escolha e as propostas pedagógicas realizadas por ambos. No capítulo 9, são analisados os resultados obtidos por cada um dos alunos estudados, antes e depois da unidade de ensino, e a evolução das suas aprendizagens. Por fim, no capítulo 10, é apresentada uma reflexão sobre as metodologias no estudo das funções quadrática no âmbito do uso das tecnologias bem como algumas recomendações que resultam do trabalho realizado no decorrer da investigação.

CAPÍTULO 7 – REVISÃO DE LITERATURA SOBRE

FUNCÕES QUADRÁTICAS

No relato cronológico do desenvolvimento de algum conceito matemático, surge a questão de por onde começar, pois em muitos casos é impossível determinar o quanto é preciso recuar no tempo. No presente capítulo é feita uma revisão de literatura das funções quadráticas, esta revisão teve em conta o contexto histórico no conceito de função e no caso particular das funções quadráticas e as indicações metodologias para este estudo sendo contemplado neste ponto as competências visadas, conteúdos abordados e o papel da tecnologia em todo o processo de ensino-aprendizagem.

7.1. Contexto histórico

7.1.1. Conceito de função

Segundo Caraça (1948), o conceito de função estabelece-se como uma ferramenta da Matemática que ajuda o homem a entender os processos de fluência e de interdependência que são intrínsecos às coisas e aos seres do nosso Universo. Portanto saber que a variação de uma grandeza depende da variação da outra é um aspecto importante no estudo do conceito de função.

O historiador Youschkevitch (1981) considera três etapas no desenvolvimento do conceito de função, até à metade do século XIX: a Antiguidade, a Idade Média, o Período Moderno.

Na Antiguidade, o estudo dos diferentes casos de dependência entre duas quantidades não levou à criação de nenhuma noção geral de quantidades variáveis nem de funções.

Na Idade Média, na ciência europeia do século XIV, cada caso concreto de dependência entre duas quantidades era definido por uma descrição verbal ou por um gráfico, mais que por uma fórmula.

No Período Moderno, a partir do fim do século XVI e especialmente durante o século XVII, a classe das funções analíticas tornou-se a principal classe utilizada. Uma função analítica é geralmente expressa por meio de somas de séries infinitas.

Quando o termo "função" apareceu pela primeira vez de uma forma explícita (num trabalho de Leibniz, em 1692), o simbolismo algébrico inventado ganhou popularidade e foi gradualmente aceite na comunidade Matemática. A primeira definição explícita de uma função como expressão analítica apareceu num artigo de Jean Bernoulli, publicado nas memórias da Academia Real de Ciências de Paris, em 1718. "Definição. Chama-se função de uma grandeza variável a uma quantidade composta de alguma maneira que seja desta grandeza variável e de constantes" (Bernoulli, 1742).

Assim, de certo modo, o conceito de função resumia-se às manipulações algébricas de variáveis, portanto, algo entre o resultado e o próprio processo. O problema principal da não reificação das definições de função residiu, exactamente, no facto de estas se basearem na noção de variável, que era bastante vaga. Mais tarde, em 1755, Euler sugeriu outra definição, de modo a evitar a noção de variável: "uma quantidade só deverá ser chamada função se depender de outra quantidade de tal modo que se o posterior é alterado o anterior sofre modificação" (Sfard, 1991, p. 15).

No século XX, um grupo de jovens matemáticos franceses fundou, em 1935, a Associação Bourbaki, a fim de organizar toda a Matemática conhecida, segundo o pensamento formal de Hilbert. Assim publicaram, em 1939, o primeiro livro da colecção *Théorie des ensembles* (fascicule de résultats), que contém todas as definições e todos os principais resultados. Nele é possível encontrar a moderna definição de função: sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não, uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F chama-se relação funcional em y , ou relação funcional de E em F , se, qualquer que seja $x \in E$, existe um elemento y de F , e somente um, que esteja na relação considerada com x (Boubaki, 1939, p.6).

Dá-se assim o nome de função à operação que associa a todo elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$ que se encontra na relação dada com x ; diz-se que y é o valor da função para o elemento x , e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função (Boubaki, 1939).

Mais tarde, o conceito de função é proposto por Slavit (1997), não como uma nova teoria, mas como uma nova interpretação das teorias existentes. Este autor defende que uma função pode ser descrita pelas suas propriedades locais e globais, uma vez que o estudo das propriedades é fundamental para caracterizar famílias de funções. Propõe assim uma visão de função orientada pelas propriedades, que é baseada em aspectos visuais de crescimento funcional, sugerindo que os alunos compreendem o conceito de função transformando as suas experiências em compreensões de propriedades específicas.

Segundo Slavit (1997), os alunos podem compreender as funções como entidades que possuem, ou não, certas propriedades (como zeros, simetrias, assíntotas e outros tipos de comportamentos). Por exemplo, os alunos podem dizer o que são funções lineares descrevendo todas as propriedades que estas funções possuem. Quando um aluno, através de várias experiências, se familiariza com certas propriedades das funções, pode ver uma função como um objecto (mesmo fora do contexto dos exemplos de funções estudados) com ou sem essas propriedades. À medida que os alunos vão conhecendo novas famílias de funções, conhecem também novas propriedades, as quais serão generalizadas de modo a desenvolver uma visão mais geral de função.

Nesta perspectiva, uma função quadrática, por exemplo, pode ser vista como uma função contínua, com um único extremo, no máximo dois zeros e um eixo de simetria. Os estudantes adquirem esta visão observando propriedades de vários exemplos de funções quadráticas e não-quadráticas.

7.1.2. As funções quadráticas.

Poucos assuntos na Matemática têm tanta aplicação prática como as funções, dentre as quais podemos destacar as funções quadráticas.

Não de hoje, mas faz muito tempo que o ensino das funções quadráticas ocorre, em geral, da seguinte maneira: primeiro, mesmo antes de se explorar qualquer situação-problema, define-se função quadrática; depois, dá-se alguns exemplos soltos aos alunos; posteriormente começa-se a falar em gráficos, pontos notáveis da parábola e raízes; encerra-se o assunto com as inequações. Algumas das suas características interessantes, por exemplo, a variação de

sinal, geralmente é dado de forma técnica, através da exibição de uma espécie de tabela que gira em torno dos possíveis valores de delta e do coeficiente a .

Dessa forma, dá-se prioridade à exibição formalizada de todo o conteúdo, em detrimento mesmo do significado compreendido pelo estudo das funções. Um início de solução para tal problema seria, sem dúvida, uma exploração mais aprofundada dos conteúdos por parte dos alunos, já que a exploração praticamente não ocorre por parte deles.

Consequentemente, no estudo da função quadrática, se se mudar a metodologia e apresentarmos situações exploratórias que exigem interpretação gráfica, os alunos perdem-se, já que só aprenderam a trabalhar com “fórmulas”.

Neste caso, as novas tecnologias podem dar uma poderosa ajuda aos alunos e aos professores a partir do momento em que possibilitam um meio extremamente dinâmico de exploração.

7.2. Indicações metodológicas

7.2.1. Conteúdos

Esta investigação centra-se no estudo das funções quadráticas no 10º ano de escolaridade, tendo em vista uma reflexão como os alunos pensam e aprendem sobre as funções quadráticas, nas suas diferentes representações, quando utilizam a calculadora gráfica e quando lhes é apresentado o computador como ferramenta de apoio na resolução de problemas. Estes instrumentos, principalmente a calculadora gráfica, tem um papel importante na realização das tarefas a propor, não sendo entendida apenas como simples instrumento de cálculo mas sim, principalmente, como meio de pesquisa. Deste modo, a calculadora gráfica é integrada numa abordagem das funções em que se dá ênfase às múltiplas representações deste conceito (tabelas, gráfico e expressão algébrica) e à sua interpretação em problemas e se valorizam as estratégias de exploração e pesquisa por parte dos alunos. Os princípios e normas para Matemática escolar (NCTM, 2007), incluem normas que remetem para as representações e acentuam a importância da utilização de múltiplas representações na aprendizagem da Matemática. É referido que “a representação é predominante na Álgebra. Os

gráficos transmitem certos tipos de informação visual, enquanto que as expressões simbólicas poderão ser mais facilmente manipuladas, analisadas e transformadas” (NCTM, 2007, p. 422).

A compreensão de um objecto matemático como uma função requer uma diversidade de representações semióticas. É a diversidade das representações que dá significado a um objecto matemático, desde que cada representação diferente represente e descreva diferentes aspectos do objecto (Duval, 2002). De modo a poderem ultrapassar as várias dificuldades, é fundamental que os alunos trabalhem com diversas representações de funções, pois estas complementam-se e, no seu conjunto, contribuem para uma plena compreensão – reificação – do conceito de função.

7.2.2. O papel da tecnologia

Não é possível atingir os objectivos e competências gerais deste programa sem recorrer à dimensão gráfica, e essa dimensão só é plenamente atingida quando os estudantes trabalham com uma grande quantidade e variedade de gráficos com apoio de tecnologia adequada (calculadoras gráficas e computadores).

Ministério da Educação, 2001, p. 15

No passado, os recursos didácticos utilizados no processo do ensino-aprendizagem da Matemática eram essencialmente o quadro, o lápis, a borracha e o papel. Actualmente há outros recursos que se tornaram frequentes e até, em situações específicas, imprescindíveis na sala de aula. O uso das novas tecnologias de cálculo, com capacidades gráficas e de comunicação, vieram revolucionar o ensino e arrastaram consigo a criação e o desenvolvimento de competências úteis a todos os desempenhos escolares.

Pelas suas especificidades, a calculadora gráfica e o computador completarão os meios à disposição dos alunos e professores para concretizar os diferentes aspectos de uma verdadeira tarefa Matemática.

Assim sendo, as novas tecnologias vieram permitir:

- Obter rapidamente uma representação do problema, de um conceito, a fim de lhe dar sentido e favorecer a sua apropriação pelo estudante;
- Ligar aspectos diferentes (gráfico, numérico e algébrico) de um mesmo conceito ou de uma mesma situação;
- Explorar situações fazendo aparecer de forma dinâmica diferentes configurações;
- Proceder de forma rápida à verificação de certos resultados.

Actualmente, e sabemos que assim acontece, não é possível atingir os níveis desejados e os resultados esperados sem recorrer à dimensão gráfica com o uso das calculadoras gráficas e dos computadores e, essa dimensão só é plenamente atingida quando os alunos, usando de uma forma adequada e eficaz, podem modificar aquilo que aprendem, a forma como aprendem e como são ensinados.

Domingos (1994) veio evidenciar a importância da tecnologia no estudo das funções. Numa investigação realizada com alunos do 10.º ano, este autor sugere que o computador e a calculadora gráfica são preciosos auxiliares para desenvolver nos alunos a capacidade de distinguir a mesma função nas suas diferentes formas de representação, relacionando-as e passando mais facilmente de uma forma para outra. O autor refere que o computador e a calculadora gráfica permitem estudar um grande número de funções, desenhando e comparando os seus gráficos. Neste estudo é valorizada a abordagem gráfica, uma vez que a visualização dos gráficos pode fornecer aos alunos argumentos para justificarem o seu raciocínio, especialmente no processo de formulação e verificação de conjecturas. Deste modo, na perspectiva do autor, a tecnologia poderá ajudar os alunos a compreenderem o conceito de função na sua globalidade.

3.3.1.1. O uso da calculadora gráfica

Desde 1989 que o NCTM recomenda o uso e a utilização das calculadoras gráficas de forma a proporcionar aos alunos novas perspectivas na resolução e na abordagem de tarefas, abordagens estas que recaem essencialmente no uso de várias representações e na investigação das ideias matemáticas.

Em 1995, nas orientações do programa de Matemática foram feitas recomendações para o uso da calculadora gráfica nas salas de aula. Contudo, apenas só em 1997 é que esta utilização passou a constar no programa oficial do Ministério da Educação como sendo obrigatório para a leccionação da disciplina e a autorização do seu uso nos Exames Nacionais.

Durante muitos anos os professores, e os alunos, eram obrigados a recorrer aos manuais, papel, lápis e quadro. Com a introdução de uma nova tecnologia na sala de aula, a sua dinâmica alterou-se assim como a sua dependência na calculadora. O NCTM (1991) refere que os “ambientes de aula tecnologicamente ricos” vieram provocar uma dinâmica de aula diferente onde os intervenientes da acção, professor e alunos, são chamados ao “desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos e na resolução de problemas em Matemática (p.149).

Assim as calculadoras gráficas (que são também calculadoras científicas completíssimas), ferramentas que cada vez mais se utilizarão correntemente, devem ser entendidas não só como instrumentos de cálculo mas essencialmente como meios incentivadores do espírito de pesquisa e investigação. Assim sendo, tudo leva a crer que existem muitas vantagens na utilização da calculadora gráfica.

No entanto, há que ter alguns cuidados no que se relacionada com a representação gráfica de uma função na calculadora pois o que se vê no visor é apenas uma parte dessa representação. Assim, a representação gráfica da mesma função com janelas de visualização diferentes, assume aspectos distintos que podem sugerir outro tipo de conjecturas o que exige que se conheçam algumas características do comportamento dessa mesma função. Por essa razão, DES (2001) sublinha que os conhecimentos teóricos e os resultados apresentados pela calculadora gráfica devem ser sempre confrontados. Torna-se assim, necessário que o professor tenha consciência das limitações da calculadora gráfica e um conhecimento sólido das razões que estão por detrás de determinados resultados “enganadores”, dando oportunidade aos alunos de compreenderem que aquilo que a calculadora apresenta no ecrã pode ser uma visão distorcida da realidade (DES, 2001).

Em resumo, como refere Ponte (1990), a calculadora gráfica, como outras ferramentas tecnológicas, pode simplificar alguns procedimentos rotineiros e proporcionar “uma maior concentração naquilo que é verdadeiramente importante – a compreensão do significado dos

conceitos, a elaboração e implementação de estratégias para a resolução dos problemas, e a sua análise crítica e discussão” (p. 9).

3.3.1.2. O uso do computador

O computador, pelas suas potencialidades, nomeadamente nos domínios da geometria dinâmica e da representação gráfica de funções e da simulação, permite actividades não só de exploração e pesquisa como de recuperação e desenvolvimento, pelo que constitui um valioso apoio para os alunos e professores, devendo a sua utilização considerar-se cada vez mais obrigatória no dia-a-dia dos nossos alunos, professores e em contexto de ensino-aprendizagem.

De há uns anos a esta parte, cada vez mais programas de computador são muito úteis e enquadram-se cada vez mais nos programas de Matemática. Programas de Geometria Dinâmica, de Cálculo Numérico e Estatístico, de Gráficos e Simulação, de Álgebra Computacional, fornecem diferentes tipos de perspectivas tanto a professores como a alunos. O número de programas disponíveis no mercado português aumenta constantemente, havendo muito software de distribuição livre.

Neste sentido, o Ministério da Educação recomenda enfaticamente o uso do computador onde os alunos devem ter oportunidade de trabalhar directamente com um computador num contexto de ensino ou em autoformação.

CAPÍTULO 8 – METODOLOGIA

Este capítulo tem como ponto de partida uma abordagem do problema subjacente à investigação e, depois disso, pretende-se descrever e justificar as opções metodológicas. Apresentam-se, inicialmente, algumas características da abordagem qualitativa, enquanto metodologia de investigação, referindo-se as razões subjacentes à opção por esta abordagem. Em seguida, indicam-se as principais técnicas de recolha de dados: entrevistas semi-estruturadas, observação de aulas e recolha de dados. É ainda apresentada uma caracterização dos intervenientes na acção, caracterizado a escola, o meio, os alunos da turma e em particular os casos do Nelson e da Sofia. Finalmente são apresentadas as propostas pedagógicas realizadas nesta investigação.

8.1. Abordagem do problema

Numa actividade de investigação na aula de Matemática, os alunos exploram uma situação aberta, procuram regularidades, formulam problemas e fazem conjecturas, argumentam e comunicam oralmente ou por escrito as suas conclusões.

Investigações Matemáticas na Sala de Aula. APM & MPT (2000).

As actividades de investigação em sala de aula tomaram, nos últimos anos, um papel fundamental tendo em conta as profundas alterações nos currículos de Matemática que apontam para a inovação nas finalidades e nos objectivos, conteúdos e metodologias, e na avaliação do ensino-aprendizagem. Os conceitos matemáticos inerentes ao currículo, são mais fácil e eficazmente interiorizados pelos alunos mediante a realização de actividades de investigação na sala de aula, seleccionadas e orientadas estrategicamente pelo professor, visto que lhes é dada a oportunidade de por si só explorarem esses mesmos conceitos e chegarem às conclusões “pelo seu próprio pé”. Os conceitos introduzidos e explorados segundo esta abordagem tendem a ser interiorizados de uma forma natural e eficazmente duradoura.

Sendo principal objectivo deste estudo, analisar a qualidade na utilização das novas tecnologias ao dispor dos alunos, calculadoras gráficas e computadores, na resolução de problemas e realização de tarefas de natureza exploratória e investigativa no âmbito do estudo das funções quadráticas em alunos do 10.º ano de escolaridade. Diversos autores (como Patton, 1980; Reichardt & Cook, 1979) defendem que as características do objecto de estudo determinam a escolha do paradigma de investigação e, por isso, deve haver coerência entre o paradigma e o problema do estudo.

Assim sendo, o que não deixa de ser importante mencionar e reflectir são os resultados esperados, num contexto real, numa turma de 10º ano, numa Escola Secundária como tantas outras, onde existem alunos com diferentes aproveitamentos, mas que, numa perspectiva de investigação, se tornam singulares e incomparáveis.

8.2. Opções de Investigação

Um paradigma é uma forma de ver o mundo aceite num dado momento por uma dada comunidade científica.

Kuhn, 1962

Thomas Kuhn apresenta então a concepção de que "um paradigma, é aquilo que os membros de uma comunidade partilham e, inversamente, uma comunidade científica consiste em homens que partilham um paradigma."

Um paradigma consiste então, num conjunto aberto de asserções, conceitos ou proposições logicamente relacionados e que orientam o pensamento e a investigação. Toda a investigação, seja explícita ou não, baseia-se sempre em perspectivas teóricas.

A investigação em educação pode assentar em dois paradigmas distintos: o da investigação qualitativa e o da investigação quantitativa, sendo que este último tem sido, de alguma forma, o paradigma dominante, uma vez que poder-se-á afirmar que é através dele que se têm obtido resultados mais significativos sobre a forma como ensinamos ou como aprendemos.

Este método, ao usar processos de medida, métodos experimentais, análise estatística

e modelos matemáticos para testar hipóteses, etc., tem por seu turno tem algumas limitações.

Para fazer face a estas limitações, é possível então recorrer à *investigação qualitativa*. Assim, muitas vezes, os métodos de investigação quantitativa e qualitativa são complementares, porque são tipos de conhecimento que, de alguma forma, se completam. Cada método de investigação comporta então um certo número de tipos de investigação e a escolha do tipo faz-se em função do objecto da investigação e do fim que se objectivo atingir.

Assim, e tendo em conta o objectivo principal deste estudo, optou-se por utilizar uma metodologia *qualitativa* em que, segundo Strauss e Corbin (1990), pode ser compreendida como uma pesquisa cujo objectivo será conduzir a resultados que não decorram da utilização de qualquer procedimento estatístico ou de outro meio de quantificação.

8.2.1. Investigação qualitativa – caracterização e metodologia

Filosoficamente, o *Idealismo* de Kant está na base do *paradigma qualitativo*, uma vez que não considera a existência de apenas uma só interpretação (objectiva) da realidade, mas considera sim tantas interpretações da realidade quantos os investigadores que as procuram interpretar.

Uma lição inesquecível de Kant é a de que “vemos o mundo através das nossas lentes cognitivas”, lentes essas que certamente não são iguais para todos. O mesmo é dizer que, com Kant, aprendemos que o conhecimento não é “um espelho da natureza” nem é o resultado acumulado de percepções ou observações; o conhecimento depende também da criatividade, da imaginação e do poder de abstracção do nosso intelecto, logo, depende de cada observador/investigador.

Por isso o investigador é, por excelência, o "instrumento" de recolha de dados, sendo que a qualidade e fiabilidade dos dados recolhidos vai depender em muito da sua sensibilidade, integridade e conhecimento.

Assim, a investigação qualitativa tem uma base antropológica, onde os investigadores recorrem às chamadas *observações naturalistas*, que são por si realizadas no preciso local onde decorre a investigação, neste caso a sala de aula, e pretendem investigar o que está "por trás" de determinados comportamentos, atitudes ou convicções, tentando assim atingir um conhecimento e compreensão mais aprofundados da situação e/ou dos problemas.

A investigação qualitativa apresenta algumas vantagens, na medida em as técnicas que utiliza oferecem excelentes hipóteses de investigação. As técnicas a utilizar podem ser *entrevistas* aos sujeitos objecto de estudo (nesta investigação, os alunos do estudo de caso); *observações cuidadas e espreiadas no tempo*, tendentes a registar condutas, comportamentos, actividades e reacções (neste caso em concreto, realizadas em ambiente de sala de aula); e *análise* de materiais escritos (testes de avaliação, fichas, etc.). Estas técnicas permitem ao investigador recolher informações relevantes para o estudo do ensino-aprendizagem que, com as técnicas inerentes à investigação quantitativa, não seriam possíveis de obter. Disso é exemplo a estreita interacção entre os sujeitos e o investigador, que permitirá estudar os processos cognitivos utilizados em diversas situações, problemáticas ou não (Fernandes, 1991).

Segundo Bogdan e Biklen (1994), as investigações de cariz qualitativo podem ser caracterizadas de acordo com cinco aspectos:

- i. A investigação qualitativa privilegia o *ambiente natural* (neste caso concreto a sala de aula) como fonte de recolha de dados e destaca o investigador como o instrumento principal, onde este permanece no local do estudo enquanto mero observador, limitando-se a registar e posteriormente descrever aquilo que observa. A observação e o registo poderão recorrer a meios complementares, tais como gravações áudio e/ou vídeo (recursos esses usados no estudo de caso desta investigação);
- ii. De acordo com isto é sendo o investigador um observador, a investigação qualitativa é necessariamente *ser descritiva*, pelo que recorre ao discurso escrito apoiado, ou não, com imagens. A descrição dos factos é pormenorizada, não se cingindo apenas aos factos concretamente observados mas também ao ambiente que os envolve (que poder ser o espaço físico, relações pessoais, sentimentos) e que, de alguma forma, os poderão motivar;
- iii. A investigação qualitativa revela maior interesse pelo *processo* do que propriamente pelos resultados. O que interessa justamente é o âmago do processo, ou seja, quais os problemas e as reacções (comportamentos e atitudes) que lhe estão inerentes e se revelam variações ao longo do tempo. Assim, as técnicas qualitativas usadas permitem perceber de que forma essas alterações ocorrem;

- iv. Como já foi referido, o conhecimento depende também da criatividade, da imaginação e do poder de abstracção do nosso intelecto, logo, depende de cada observador/investigador. Assim, investigadores que utilizam a investigação qualitativos tendem a *analisar os seus dados de forma sugestiva, indutiva*. O mesmo é dizer que, neste tipo de investigação, o que importa ao investigador é “observar”, “verificar o que realmente acontece” para depois tirar as suas conclusões relativamente ao contexto geral, aos casos particulares, às relações, etc;
- v. Assim, o quinto aspecto que caracteriza a investigação qualitativa é precisamente o facto do *significado* assumir importância vital nesta abordagem, isto é, “O carácter interpretativo destas abordagens tem como objectivo a descoberta do significado que os acontecimentos assumem para os participantes e a interpretação desse significado para os investigadores.” (Marques, 2008).

Todavia, há que destacar uma desvantagem neste tipo de abordagem qualitativa, na medida em que os sujeitos “observados” poderão perceber onde o investigador quer chegar ou “que comportamento espera ele que eles tenham” e, assim, modelar os seus comportamentos, atitudes e reacções para daí retirar alguns resultados. Desta forma, o investigador não deverá deixar transparecer qualquer espécie de expectativa nem transmitir qualquer vislumbre de orientação que leve os indivíduos observados a agirem de forma condicionada e não natural, pois essa situação originará a parca fiabilidade dos dados e, assim, irá eventualmente viciar os resultados obtidos na investigação.

Como já foi sendo mencionado de forma pontual, e que agora é importante sublinhar, a prossecução do objectivo que esta investigação pretende atingir assenta numa metodologia qualitativa e que, por isso, obedece também aos critérios atrás aludidos. Desta feita, o *ambiente natural* da investigação será a *sala de aula*, estando o *investigador* presente de forma discreta, de modo a poder *observar* e *registar detalhadamente* tudo o que se passa nesse mesmo ambiente.

O registo das observações nesta investigação foi efectuado recorrendo também à gravação áudio, gravação digital de procedimentos a quando da utilização da calculadora gráfica, e ao registo fotográfica para contextualizar as acções.

8.2.2. Estudo de caso

Citando Ponte (1994), “um estudo de caso pode ser caracterizado como um estudo de uma entidade bem definida como um programa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma pessoa, ou uma unidade social. Visa conhecer em profundidade o seu “como” e os seus “porquês”, evidenciando a sua unidade e a sua identidade próprias. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global do fenómeno de interesse.”.

Marques (2008), refere Yin (1988) que define o estudo de caso “como sendo uma investigação empírica que estuda um fenómeno actual no seu contexto real, quando os limites entre determinados fenómenos e o seu contexto não são claramente evidentes e no qual são utilizados muitas fontes de informação. (...) os estudos de caso constituem a estratégia preferida quando se quer responder a questões de “como” ou “porquê”, quando o investigador tem pouco controle sobre os acontecimentos e o objecto de estudo da investigação incide num fenómeno actual no seu contexto próprio.”.

Os estudos de caso apresentam algumas características:

- i.* Marca fortemente descritiva, assente na descrição completa, sistemática e literal do que de facto sucede;
- ii.* Ausência de carácter experimental, na medida em que não permite manipular as motivações dos comportamentos dos participantes na investigação, pelo que, não deverá o investigador estar afectiva ou intelectualmente comprometido com os resultados que dela possam advir;
- iii.* Ao basear-se muitíssimo em trabalho de campo ou análise documental, os estudos de caso são empíricos e, ao recorrerem a várias técnicas (entrevistas, observações, etc.) conseguem com elas tirar o devido partido das evidências da situação e contexto reais;

Segundo Merriam (1988), o estudo de caso qualitativo assume também as seguintes características:

- i.* Particular – pois debruça-se numa situação concreta;

- ii. Descritivo – porque se pretende que o resultado da investigação seja uma fiel descrição da situação/fenómeno alvo dessa mesma investigação;
- iii. Heurístico – na medida em que conduz à compreensão do fenómeno que está a ser estudado;
- iv. Indutivo – porque tem em conta a realidade na sua globalidade;

A par destas características e mediante os propósitos que pretendem atingir, os estudos de caso podem ser:

- a. Exploratórios – quando o objectivo versa sobre a obtenção de informação preliminar acerca do objecto em causa;
- b. Descritivos – se o objectivo primordial é descreverem o fenómeno/situação;
- c. Analíticos – se procuram problematizar o objecto de estudo ou então, desenvolver novas teorias ou confrontá-las com algumas já existentes;

O estudo de caso desta investigação em particular, pretendem ter um pouco de todos os propósitos anteriormente mencionados.

O conhecimento produzido nos estudos de caso poderá seguir duas perspectivas distintas:

- a. Exploratória – procura compreender o mundo, visto pelos participantes;
- b. Pragmática – em que o objectivo é proporcionar uma perspectiva do objecto de estudo, global, completa e coerente mas, desta feita, segundo o ponto de vista do investigador;

Também o estudo de caso presente nesta investigação segue estas perspectivas.

Como crítica inerente aos estudos de caso, tem-se que os mesmos não permitem generalizar os seus resultados, não sendo por isso possível comparar, encontrar semelhanças e/ou diferenças com outros estudos de caso já elaborados. Todavia, esse não é o objectivo de um estudo de caso. O seu objectivo é sim produzir conhecimento acerca de objectos muito

particulares, é ajudar ao surgimento de novas teorias ou, então, confirmar ou enfraquecer algumas outras já existentes. Nos estudos de caso, não se tiram conclusões sob a forma de preposições gerais: formula-se sim hipóteses de trabalho que poderão vir a estar na génese de outros trabalhos de investigação.

Em suma, não é desejável que os estudos de caso sejam usados quando se pretende obter conhecimento relativo às propriedades gerais de toda uma população. Contrariamente, deverão ser aplicados para compreender a especificidade de uma dada situação/fenómeno ou para estudar os processos e as dinâmicas da prática, com vista à sua melhoria. O seu objectivo basilar será então o de proporcionar uma melhor compreensão de um caso específico. De acordo com Ponte (1994) que se baseia em Merriam (1988) e Yin (1984), uma abordagem será adequada quando:

- ✓ Não se pergunta “o quê?”, “quantas?”, mas sim “como?”, “porquê?”;
- ✓ A situação é de tal modo complexa que não permite a identificação das variáveis eventualmente relevantes;
- ✓ Se pretende descobrir interacções entre factores significativos especificamente característicos dessa entidade;
- ✓ Se pretende uma descrição ou uma análise profunda e global de um fenómeno a que se tem acesso directo; Se quer compreender melhor a dinâmica de um dado programa ou processo.

8.3. Intervenientes na acção

8.3.1. A Escola

A escola com nome de poeta – Escola Secundária com 3º Ciclo de António Gedeão (ESAG) – onde decorreu esta investigação está localizada na Alameda Guerra Junqueiro nº 11, Laranjeiro, concelho de Almada.

Nos últimos anos, no que se refere à administração e organização interna, a ESAG tem sofrido algumas modificações face às alterações legislativas decorrentes da entrada em vigor do Decreto-Lei n.º 75/2008 como já é referenciado na parte I deste relatório.

No que respeita à população escolar e com dados referentes ao actual ano lectivo 2009/2010, podemos mencionar alguns números que de certa forma vêm caracterizar a escola.

Alunos 3º Ciclo	2009/2010
3º Ciclo	370
CEF – Serviço Comercial	13
CEF – Jardinagem e Espaços Verdes	33
CEF – Apoio Familiar e à Comunidade	18
Total alunos	434

Quadro 8.24: Número de alunos no 3º ciclo.

Alunos Secundário	2009/2010
Secundário	318
Curso Profissional – Turismo	18
Curso Profissional – Animador sociocultural	15
Total alunos	351

Quadro 8.25: Número de alunos no Secundário.

Como é possível verificar nos quadros anteriores a população escolar divide-se em quatrocentos e trinta e quatro alunos no 3º ciclo e de trezentos e cinquenta e um no Ensino Secundário, pelo que se pode registar um total de setecentos e oitenta cinco alunos. A grande maioria dos alunos reside na freguesia do Laranjeiro onde se situa a escola. No entanto, nos últimos anos a escola tem registado um aumento da procura por parte dos alunos do Concelho, quer no 3º ciclo quer no ensino secundário, contudo apenas é perceptível um ligeiro aumento do número de alunos no secundário em virtude da rede escolar definida pelo Ministério, para cada escola do concelho.

Ao nível socioeconómico, as famílias caracterizam-se, principalmente, por pertencerem à classe média. Frequentam, também, esta escola diversos alunos estrangeiros provenientes da Europa de Leste e dos Países Lusófonos.

No que toca aos recursos humanos, docentes e não docentes, a escola conta com a colaboração de setenta e sete professores, onze administrativos e vinte e quatro assistentes operacionais.

Importa igualmente destacar os recursos materiais e equipamentos disponíveis na Escola Secundária com 3º Ciclo de António Gedeão. A Escola dispõe assim de 6 pavilhões, um pavilhão desportivo com ginásio e balneários e um campo exterior.

Além destes espaços existe no 1º piso do pavilhão E uma sala de aula, destinada na maior parte das vezes para as aulas de Matemática e um espaço paralelo de apoio que se intitula de Gabinete de Matemática. Os professores de Matemática, na medida dos possíveis solicitaram para leccionarem a sua disciplina nesta sala, uma vez que nela possuem calculadoras gráficas, sólidos, algum material de desenho, um *viewscreen* para retroprojectar o ecrã da calculadora, um *datashow* e quadro interactivo. Em particular, as aulas de Matemática da professora orientadora à qual esta investigação se aplica não são leccionadas nesta sala por insuficiência de sala mas sim na sua sala normal, sala doze no pavilhão A, sala esta equipada com *datashow* e com projector.

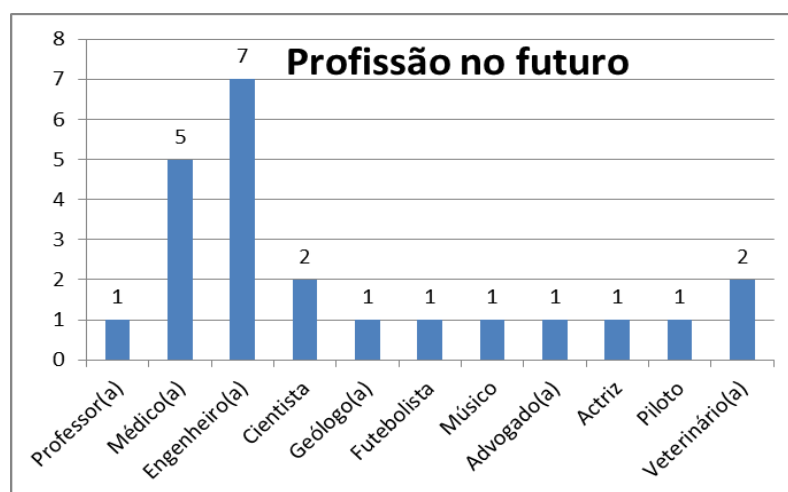
8.3.2. A turma

O 10ºA foi a turma que numa decisão inicial e por conveniência no decorrer do estágio foi acompanhada e observada pelo estagiário no decorrer do ano lectivo 2009-2010. Esta turma composta por alunos do Curso de Ciências e Tecnologias, que acompanhou sob orientação pedagógica da Professora Rosário Lopes, professora de Matemática da mesma turma, constituída inicialmente por vinte e oito alunos e que com o decorrer do ano passaram a ser apenas vinte e três por desistência de alguns, dos quais dez são rapazes e treze são raparigas.

No 2º período, os alunos preencheram um questionário que solicitava dados biográficos, dados do encarregado de educação e informações sobre composição do agregado familiar, e formulava questões gerais relativamente às disciplinas, às profissões pretendidas, ao estudo e aulas, à ocupação de tempos livres, à forma como cada um se via a si mesmo e ao percurso escolar. Esta caracterização pode ser analisada de uma forma mais cuidada

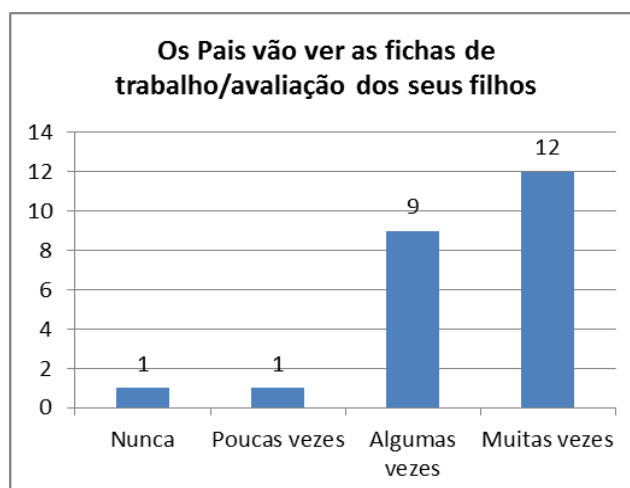
recorrendo à caracterização da turma na parte I deste relatório. No entanto é importante referir e reflectir sobre alguns pontos nesta fase da investigação.

Sete alunos referiram a disciplina de Matemática como disciplina que mais gostam e nove indicaram-na como a disciplina que menos gostam. Os alunos referem que pensam estudar até ao ensino superior, à excepção de um aluno que não pretende ir para além do 12.º ano de escolaridade, o que de certa forma justifica a escolha deste curso possibilitando assim o prosseguimento de estudos. No que se refere ao futuro e à vida profissional, indicam como profissões desejadas: Engenheiro(a), médico(a), cientista, geólogo(a), veterinário(a), advogado(a), professor(a), actriz, músico e piloto.



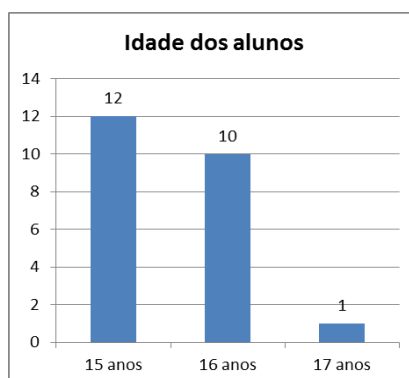
Quadro 8.26: Profissão desejada no futuro pelos alunos.

A maioria dos pais possui pelo menos o 12.º ano de escolaridade, alguns até o ensino superior, sendo que a profissão mais evidente é de técnicos e profissionais de nível intermédio. De salientar ainda que, com frequência os pais dos alunos vêm as suas fichas de trabalho e de avaliação e que uma elevada percentagem de encarregados de educação costuma participar nas reuniões convocadas pelo Director de Turma e por iniciativa pessoal, contactam o director de turma. São, portanto, pais preocupados e costumam acompanhar os seus filhos no processo educativo.



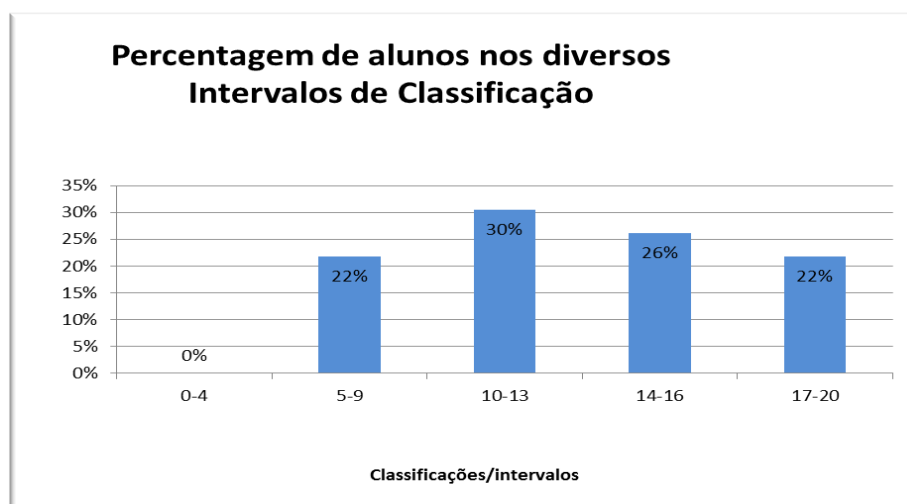
Quadro 8.27: Frequência com que os pais dos alunos vêm as suas fichas de trabalho/avaliação.

No início do 2º trimestre as idades dos alunos estavam compreendidas entre os 15 e os 17 anos, como indica o quadro 8.6, e quase todos os alunos já tinham completado mais um ano de idade no decorrer deste ano lectivo. Relativamente ao seu passado escolar, nenhum dos alunos têm um historial escolar com retenções, pelo que a idade dos alunos corresponde à idade habitual de frequência deste ano de escolaridade.



Quadro 8.28: Idades dos alunos.

No que se refere ao aproveitamento, os alunos têm um desempenho razoável na generalidade das disciplinas, sendo uma turma interessada e trabalhadora. A maior parte dos alunos tem interesse nas disciplinas leccionadas e faz um esforço na aquisição de conhecimentos uma vez que pretendem prosseguir com os estudos. Quanto à disciplina de Matemática, no final no 1º período, os alunos atingiram uma média de 12,2 valores sendo que vinte e dois por cento dos alunos obtiveram classificação inferior a dez mas também a mesma percentagem tem entre 17 e 20 valores. Apresentamos de seguida as classificações dos alunos relativas ao primeiro período.



Quadro 8.29: Notas no 1º período. Percentagem por intervalo de classificação.

Ainda no que se refere ao aproveitamento, alguns alunos revelavam muitas dificuldades nos conhecimentos essenciais para um aluno do 10º ano de escolaridade. A professora, orientadora de estágio, considerava que estes alunos com avaliações negativas teriam que trabalhar muito para que as graves lacunas apresentadas nos seus conhecimentos matemáticos pudessem ser superadas. Por outro lado, a professora sempre se mostrou disponível para apoiar os alunos e com eles conseguir ultrapassar as dificuldades existentes.

8.3.3. Os dois alunos

O *Nelson* e a *Sofia*, alunos do 10º A, são os escolhidos de entre os voluntários que simpaticamente mostraram interesse em participar na investigação. O facto de serem apenas dois alunos os escolhidos deve-se ao facto da disponibilidade limitada por parte dos voluntários para a realização das tarefas individuais.

Tomando como ponto de partida o questionário realizado a todos os alunos da turma, e em particular a estes, passemos pois a conhecer o *Nelson* e a *Sofia*, nomes são meramente fictícios para este efeito.

O *Nelson* nasceu há 16 anos no Pragal, Almada, e vive com os seus pais no Feijó. Caracteriza-se como sendo atento, responsável, cooperante, calmo, compreensivo e organizado. Sempre que é interrompido por alguém, solicita que o deixem terminar o seu

discurso para depois então intervirem. Se um assunto da aula lhe revela pouco interesse, acaba por brincar com o que tem à mão... Se por hipótese, num intervalo, um colega lhe solicitar ajuda para um trabalho, ajuda-o de forma a que também retire algum proveito da explicação para si próprio.

Os seus tempos livres ocupa-os a ver televisão (filmes, futebol, telejornal, ténis), a ler, a conversar, a passear, a ouvir música, no computador, a ir ao cinema ou a praticar desporto (ténis).

Despender de cerca de 10 minutos na deslocação casa-escola, que faz a pé, e refere gostar da escola porque “gosto de aprender e de estar com os meus amigos”. Para ele, e por esta ordem de prioridades, a escola é um local onde pode aprender, fazer amigos, conviver e onde aprende a crescer. No entanto, gostaria que a escola fosse um espaço com melhores condições ao nível dos espaços exteriores e dos pavilhões.

Quanto aos professores, há 3 características que aprecia, designadamente o ser conhecedor da matéria, ser autoritário e dinâmico. O que menos aprecia é a pouca assiduidade, a incompetência e a antipatia.

Relativamente ao acompanhamento que os pais fazem da sua vida escolar, referiu que muitas vezes vêem e assinam as suas fichas de trabalho/avaliação e que algumas vezes conversam acerca dos resultados escolares obtidos. Em média, o *Nelson* estuda em casa, sozinho, cerca de 1 hora por dia.

As disciplinas da sua preferência são o Inglês, a Biologia e a Matemática “porque são as que apresentam matérias mais interessantes”. Analogamente aquelas pelas quais nutre menos afeição, serão o Francês, a História e a Geografia “porque não gosto dos conteúdos leccionados nestas três disciplinas”.

As maiores dificuldades são sentidas a Físico-química A, devido aos cálculos, e a Educação Física devido à ginástica. Aquelas em que se sente mais à-vontade e que por isso lhe são mais fáceis são o Inglês, porque o aprende desde pequeno, e a Filosofia, porque lhe desperta curiosidade.

As aulas que mais lhe agradam são aquelas em que o professor frequentemente tem em conta os interesses dos alunos. As matérias aí leccionadas são, de um modo geral, por si

consideradas interessantes. No entanto, as dificuldades que por vezes sente resultam do facto dos assuntos serem tratados com demasiada rapidez.

No futuro, e sem estabelecer uma ordem de preferência, gostaria de abraçar uma destas profissões: piloto de aviação comercial, médico ou instrutor de esqui.

A *Sofia*, nasceu há 16 anos em Aveiro e reside com a sua mãe, irmã e padrasto no Feijó. Define-se como cooperante, distraída e desorganizada. Quando interrompida, opta por se calar, deixar falar o outro interveniente e, quando este terminar a sua intervenção, chama-o à atenção. Se um assunto da aula se revela pouco interessante, faz desenhos no caderno... Tal como o Nelson, se num intervalo um colega lhe solicitar ajuda para um trabalho, ajuda-o para que também ela retire algum proveito da explicação para si própria.

Os seus tempos livres ocupa-os a ver televisão (filmes, documentários e séries), a ler, a conversar, a passear, a brincar, a ouvir música, a praticar desporto (kikbox) e a ajudar nas tarefas de casa.

Despender entre 11 a 20 minutos na deslocação casa-escola, que faz a pé, de carro ou de metro, e refere gostar da escola porque “tem bom ambiente”. Para a Sofia, e por esta ordem de prioridades, a escola é um local onde pode aprender, conviver, onde aprende a crescer e a fazer amigos. Gostaria que a escola fosse mais influente.

Relativamente aos professores, as 3 características que aprecia, são a compreensão, a simpatia e a competência. As que menos aprecia é a antipatia, a autoridade e a incompetência.

Relativamente ao acompanhamento que os pais fazem da sua vida escolar, referiu que muitas vezes vêem suas fichas de trabalho/avaliação mas que apenas algumas vezes as assinam. São bastante frequentes as conversas acerca dos resultados escolares obtidos. Em média, a *Sofia* partilha o local de estudo entre a casa e a escola, estudando sozinha ou com o explicador ou alguns colegas, dedicando ao estudo cerca de 1 hora por dia.

As disciplinas da sua preferência são o Inglês, a Biologia e a Educação Física “porque lhe interessa”. Como “todas me agradam de certa forma” não pode destacar disciplinas das quais menos goste.

As maiores dificuldades são sentidas a Matemática e Físico-química, por serem mais complexas e exigentes. Aquelas em apresenta menores dificuldades são o Inglês e a Filosofia, pese embora não consiga enumerar razões que assim o justifiquem.

Tal como o *Nelson*, as aulas que mais lhe agradam são aquelas em que o professor frequentemente tem em conta os interesses dos alunos. As matérias aí leccionadas são, de um modo geral, por si consideradas interessantes. As dificuldades sentidas na apreensão das matérias derivam do facto dos assuntos serem tratados com demasiada rapidez.

No futuro, e obedecendo a esta ordem de preferência, gostaria de vir a desenvolver uma das seguintes profissões: médica, enfermeira ou modelo.

Apresentamos de seguida as notas finais dos alunos em causa em cada um dos anos durante o 3º ciclo.

Anos	7ºano	8ºano	9ºano		
Nomes:			Freq.	Exame	Final
Nelson	4	5	5	5	5
Sofia	3	3	5	3	4

Quadro 8.30: Notas do final do 3ºciclo.

Como podemos verificar no quadro 8.8 ambos os alunos sempre foram alunos com bom aproveitamento. No entanto, o Nelson sempre obteve melhores resultados que a Sofia no 3º ciclo. Salientamos apenas uma uniformidade na nota de frequência do 9º ano de escolaridade, mas ainda assim a nota final ficou com uma diferença de um valor, de cinco para quatro, notas estas que foram as mais altas durante este ciclo de ensino.

Como podemos ver no quadro 8.9, e no que se refere ao corrente ano lectivo, estes dois alunos obtiveram resultados que expressam já alguma diferença, sendo esta agora mais evidente por se enquadrar numa escala de vinte valores. Por este motivo podemos considerar o Nelson um bom aluno e a Sofia uma aluna razoável.

Nomes:	Nota 1ºPeríodo
Nelson	16
Sofia	11

Quadro 8.31: Resultados no 1º Período 2009/2010.

Relativamente às atitudes destes dois alunos na sala de aula, esta é bem diferente, bem como os seus desempenhos. O Nelson é um aluno participativo, questiona-se e deixa-se questionar, participando com qualidade. É atento, interessado e trabalhador e, para além das tarefas da aula, resolve os trabalhos de casa propostos. No final do 1.º período obteve dezasseis valores. A Sofia, é também participativa mas mais distraída em contexto de sala de aula. Assume o papel de líder quando trabalha em grupo. Apesar de ser interessada e de obter um desempenho razoável, não resolve sempre os trabalhos de casa nem estuda com regularidade. Esta aluna teve 11 valores no final do 1.º período.

8.4. Propostas Pedagógicas

8.4.1. Concretização / Planificação

As tarefas aqui apresentadas foram desenvolvidas em duas fases distintas: numa primeira fase, com todos os alunos e sem o conhecimento dos mesmos, apenas com a colaboração da professora de Matemática da turma, a orientadora de estágio, e numa segunda fase, num trabalho mais individual com os dois alunos que se voluntariaram para o efeito. A concretização destas duas fases foi trabalhada e programada no sentido de acompanhar e reflectir cada momento, de forma a ser o mais aproximando possível da realidade pedagógica.

Apresentamos de seguida um quadro que expõe as datas e as várias tarefas que integram esta investigação.

Momentos		Tarefas	Tipo de Trabalho
1º	22-Mar-10	Teste de avaliação que incluía algumas questões sobre funções quadráticas	Resolução individual
2º	23-Abr-10	Entrevista com os alunos intervenientes no estudo de caso.	Individualmente com cada um dos alunos.
		Tarefa 2: Resolução de problemas envolvendo funções quadráticas	Conjuntamente com os dois alunos
3º	30-Abr-10	Tarefa 3: Realização da tarefa "Um quadrado dentro de um quadrado"	Conjuntamente com os dois alunos
4º	5-Mai-10	Teste Intermédio	Resolução individual
5º	14-Mai-10	Análise e reflexão na resolução de exercícios no 2º teste intermédio	Individualmente com cada um dos alunos.

Quadro 8.32: Planificação das tarefas desenvolvidas na investigação.

8.4.2. Os vários momentos

As tarefas desenvolvidas compreendem um conjunto de experiências e de aprendizagens muito diversificadas. Para o efeito, foram estabelecidos cinco momentos, sendo que destes momentos faziam parte, um momento de reflexão no final de toda a investigação, dois momentos de avaliação, realizados no início e no final e mais dois de resolução de tarefas de carácter investigativo e exploratório. Dos dois momentos de avaliação realizados, o momento de avaliação inicial era composto por duas questões que integravam o teste de avaliação da turma no decorrer no 2º período e, o momento final, que não era do conhecimento geral, que seria composto por mais uma questão incluída no teste intermédio. Toda a documentação afecta a estes momentos encontra-se em anexo.

De salientar que as tarefas desenvolvidas no estudo de caso, em dois dos momentos, foram apresentadas aos alunos em suporte papel e estes fizeram as suas resoluções numa folha de respostas com auxílio da calculadora gráfica e usando o computador para recolher dados e registos. Durante a resolução das tarefas, o trabalho do estagiário consistiu em acompanhar e orientar os alunos, esclarecendo as suas dúvidas e ajudando a ultrapassar as suas dificuldades, o mesmo também fez chamadas de atenção para que nada fosse esquecido, explicações, estratégias e processos de resolução. Quando manifestaram dificuldades o estagiário procurou colocar novas questões que conduzissem a uma nova reflexão e que desta forma pudesse conduzir os alunos a novas formas de raciocínio. Relativamente à resolução das tarefas nestes dois momentos, o estagiário utilizou conjuntamente com os alunos o software TI-SmartView™ o Emulador da calculadora gráfica TI-84 Plus. O emulador TI-SmartView™ é uma ferramenta de fácil utilização para apresentar conceitos de Matemática na sala de aula, com este software os intervenientes poderão usufruir de uma representação interactiva da calculadora.

Em relação aos momentos de avaliação, estes foram realizados em contexto de turma e sem a interveniência do estagiário. Nestes momentos só foi permitida a utilização da calculadora gráfica.

8.4.3. Tarefas

Analisar a qualidade na utilização das novas tecnologias ao dispor dos alunos - calculadoras gráficas e computadores - na resolução de problemas e tarefas de natureza exploratória e investigativa é o principal objectivo desta investigação. E sabendo que esta investigação é conseguida através de uma abordagem ao estudo das funções quadráticas tendo por base a resolução de tarefas e a resolução de problemas no contexto de “Matemática pura” e de semi-realidade, com o uso da calculadora gráfica e computador.

Posto isto era importante aferir alguns momentos, onde os dois alunos seriam chamados a intervir inseridos num contexto turma e individual.

Com já foi referido anteriormente, existiram diferentes momentos com diferentes períodos de realização para a resolução e ou reflexão/discussão das tarefas. Passemos pois a conhecer o conteúdo e a abordagem feita em cada tarefa.

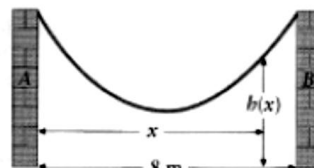
A **tarefa 1**, (anexo 4), realizou-se em contexto de sala de aula num bloco de 90 minutos onde todos os alunos da turma realizaram o teste de avaliação, neste caso o segundo teste do período, que se concretizou imediatamente a seguir ao estudo das funções quadráticas. Este teste foi elaborado conjuntamente pelo estagiário e pela professora orientadora. No seu conteúdo incluía dois exercícios, o exercício 1 e 2.1 da parte II, destinados exclusivamente para avaliar os alunos no que se refere ao estudo das funções quadráticas. Esta tarefa inicial viria a servir de ponto de partida para avaliar o desempenho dos alunos em estudo no decorrer da investigação sendo posteriormente avaliado o progresso dos mesmos em relação à avaliação final.

1. Uma rampa de desportos radicais foi construída entre dois postes A e B, a uma distância de 8 metros um do outro, como mostra a figura.

Considere a função h definida por:

$$h(x) = 0,24x^2 - 1,92x + 5,2$$

Admita que $h(x)$ é a altura, em metros, do ponto da rampa situado x metros à direita do poste A.



- 1.1 Determine a altura do poste B.
 - 1.2 Recorrendo à calculadora gráfica, determine a altura mínima da rampa. Explique como procedeu para chegar à resposta.
 - 1.3 Resolva a inequação $h(x) < 3,52$, usando métodos analíticos, e interprete o resultado obtido no contexto da situação descrita.
- 2.
- 2.1 Considere a função quadrática definida por $f(x) = 2x - 5x^2$
 - 2.1.1 Determine o vértice da parábola representativa de f . Indique a equação do eixo de simetria da parábola representativa da função.
 - 2.1.2 Determine as coordenadas dos pontos de intersecção do gráfico de f com o eixo das abcissas?
 - 2.1.3 A função admite um máximo absoluto? Justifique e em caso afirmativo, indique o seu valor.

Figura 8.28: Exercícios do teste de avaliação realizado a 22 de Março.

A **tarefa 2** (anexo 5) inicia-se com uma pequena entrevista com os alunos intervenientes no estudo de caso. Depois sim passámos à tarefa propriamente dita, que tinha como principal objectivo a resolução de problemas usando única e exclusivamente processos algébricos e usando a calculadora. Esta questão tinha como objecto principal verificar o trabalho desenvolvido individualmente e até que ponto existia dependência de outros na resolução de problemas. Na constituição da tarefa 2 encontramos três questões: na questão 1, os alunos eram levados a estudar a função quadrática na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ determinado as coordenadas do vértice por processos algébricos e com o uso da calculadora, explorando assim a influências dos vários parâmetros no comportamento da função e recorrendo ao uso da calculadora conseguir descobrir as melhores janelas de visualização para a resolução do problema em causa; na questão 2, os alunos trabalharam com a representação gráfica da função quadrática e com o estudo da mesma: referenciais, eixos de simetria, contradomínio, solução de inequações e a definição da expressão analítica considerando cada representação gráfica. Esta tarefa foi realizada num momento previamente combinado e com uma duração aproximada de 90 minutos. Esta tarefa também propunha um desafio, a resolução de um problema para trabalho de casa relativo à questão 3.

A **tarefa 3** (anexo 6), que se intitula “Um quadrado dentro de um quadrado” surge em continuidade da questão 3 da tarefa 2, mas agora com o apoio do estagiário, sendo que é uma tarefa constituída por um problema base de Geometria e por três questões, relativas a esse problema. Os objectivos desta tarefa são: determinar a expressão algébrica da função que relaciona a área do quadrado com o deslocamento por processos analíticos e determinar valores de área máxima e mínima; identificar uma representação algébrica da função que relaciona a área do quadrado com o deslocamento, usando a regressão quadrática com a calculadora gráfica; esboçar o gráfico da função que relaciona a área do quadrado com o deslocamento. De salientar que nesta tarefa os alunos contaram com o apoio do computador, tendo sido facultado pelo estagiário uma simulação do problema previamente montada usando o programa de geometria dinâmica Sketchpad. Esta tarefa teve uma duração aproximada de 90 minutos e assim como a anterior foi realizada num momento previamente planeado.

A **tarefa 4** (anexo 7), tinha como principal objectivo aferir e avaliar os conhecimentos dos alunos em estudo nesta investigação no que se refere ao seu desempenho depois do acompanhamento realizado neste momento da investigação. Esta tarefa consistia na resolução do teste intermédio, que depois de observado pelo estagiário, o mesmo seleccionou uma questão para ser analisada nesta investigação. Nesta tarefa foi possível compreender o modo como os alunos pensam em relação a vários aspectos, entre eles, a aplicação dos conhecimentos sobre as funções quadráticas na resolução de problemas, em contexto de semi-realidade ou na forma como relacionam variáveis da Geometria, com uso somente da calculadora gráfica. A tarefa realizou-se de modo individual e sem consulta numa aula de 90 minutos.

A **tarefa 5** (anexo 8), tinha como principal objectivo possibilitar uma reflexão conjunta entre o aluno e o estagiário sobre o seu desempenho na resolução do problema incluído no teste intermédio e escolhido para o efeito. Este problema foi já referenciado na tarefa anterior.

Para além das tarefas previamente planeadas o estagiário sempre procurou dar esclarecimento e apoio nas solicitações tidas por todos os alunos e, em particular, pelos alunos intervenientes no estudo de caso, sendo de facto uma mais-valia para a avaliação intermédia de todo o processo. Estas solicitações ocorriam muitas das vezes no decorrer das aulas de Matemática ou até mesmo fora delas.

8.5. Análise de Dados

A análise de dados é feita em três fases (Merriam, 1988): (i) redução de dados; (ii) apresentação de dados; e (iii) a interpretação e verificação. O processo de análise de dados é iniciado na sequência das primeiras entrevistas, visando sobretudo o planeamento das segundas entrevistas. Segundo Merriam (1988) na investigação qualitativa a análise dos dados começa com frequência no primeiro momento de recolha de dados. Pela natureza do estudo, a análise de dados assume um carácter essencialmente descritivo e interpretativo, procurando relações entre os dados específicos constituídos pelos diferentes materiais obtidos, numa perspectiva indutiva, sem a finalidade de provar hipóteses previamente formuladas.

Considerando o objectivo e as questões levantadas nesta investigação e tendo em conta alguns aspectos da revisão de literatura, devemos considerar que a análise de dados deva incidir sobre: as respostas dadas pelos alunos nas tarefas realizadas; as discussões proporcionadas no final de cada tarefa; o teste de avaliação inicial; e o teste intermédio. Este trabalho de recolha e análise de dados começou por uma organização das respostas dadas a cada uma das questões das tarefas, bem como a cada uma das questões dos testes, para ficar com uma visão global do material obtido. Relativamente às entrevistas, estas foram áudio-gravadas e posteriormente transcritas.

CAPÍTULO 9 – ANÁLISE DE DADOS

Depois de realizadas as propostas pedagógicas importa agora trabalhar, reflectir e analisar, em particular, cada uma das questões lançadas. Estas, resumidamente, referem-se aos recursos que mais satisfarão a compreensão dos conteúdos leccionados (questão 1), ao desempenho dos alunos na realização de tarefas matemáticas (questão 2), se um apoio individualizado na realização das tarefas de investigação irá constituir ou não uma mais-valia no processo de ensino-aprendizagem (questão 3), quais as estratégias que podem ser usadas para colmatar as dificuldades de aprendizagem e compreensão de alguns alunos (questão 4) e, por último, se o recurso a uma aprendizagem extra sala de aula poderá contribuir para fazer prosperar os resultados dos alunos mais introvertidos e menos participativos (questão 5).

Com base nestas questões e tentando dar resposta a cada uma delas, a proposta lançada neste capítulo passa por fazer uma análise mais profunda de cada resolução e reflexão desenvolvidas pelo Nelson e pela Sofia.

9.1. O caso do Nelson

9.1.1. No início da investigação

O Nelson, no início da investigação, aquando da realização do teste de avaliação demonstra no problema 1 conhecer a função quadrática na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ determinado na questão 1.1., através de uma resolução algébrica, o valor da altura do poste B. Considerando que este se encontra a 8 metros de distância do A.

The image shows a handwritten solution on a grid background. The text is as follows:

$$1.1) \quad h(u) = 0,24u^2 - 1,92u + 5,2$$

$$h(8) = 0,24 \times 8^2 - 1,92 \times 8 + 5,2 =$$

Below this, there is a large, messy scribble that appears to be an attempt to cancel out terms or a correction.

$$= 15,36 - 15,36 + 5,2 = 5,2 \text{ (m)}$$

The final result is underlined and has a checkmark next to it.

Figura 9.29: Resolução da questão 1.1. (teste de avaliação).

Na questão 1.2. era solicitado que o aluno recorrendo à calculadora gráfica, determinasse a altura mínima da rampa e soubesse explicar, ainda que de uma forma muito simplificada e esquemática, todos os procedimentos para a resolução do exercício.

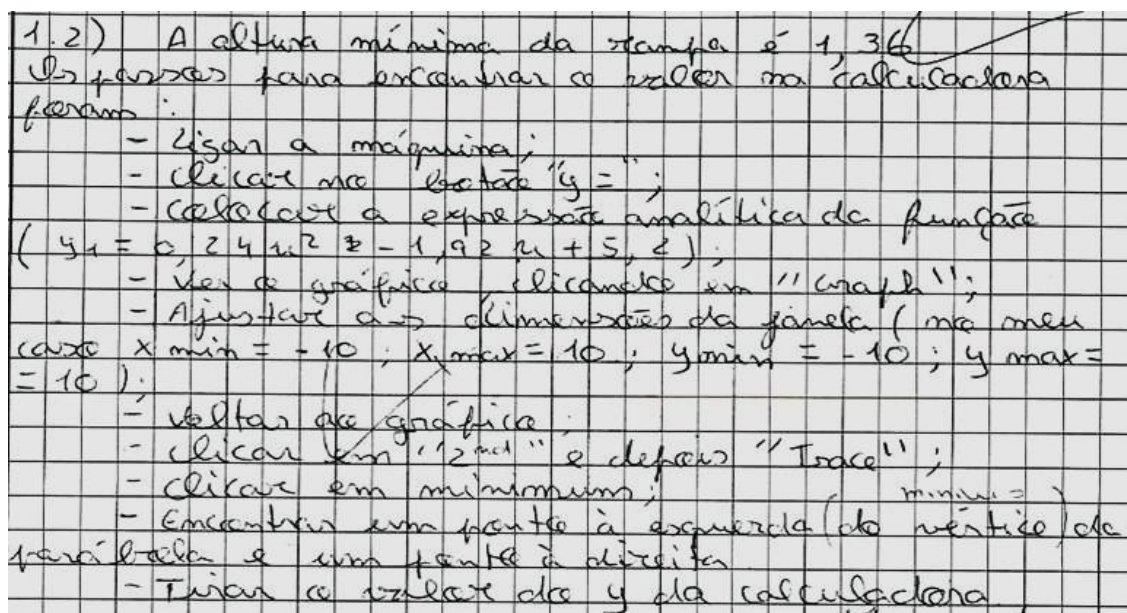


Figura 9.30: Resolução da questão 1.2. (teste de avaliação).

Salientamos, nesta questão, a forma como o aluno esquematizou e mencionou os passos que o levaram ao cálculo da altura mínima da rampa. Sem dúvida que transparece uma organização mental estruturada e bastante coesa, evidente pela forma organizada com que o aluno transcreve cada passo da resolução para o teste, como que se de um manual de instruções se tratasse.

Na questão 1.3., o Nelson mostrou saber resolver algebricamente uma inequação de 2º grau, ainda que não tenha apresentado a solução correcta do exercício, sendo evidente que o aluno não conseguiu interpretar a condição pretendida.

1.3) $h(u) < 3,52$
 $0,24u^2 - 1,92u + 5,2 < 3,52 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 0,24u^2 - 1,92u + 1,68 < 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow u \in]-00, 1[\cup]7, +00[$

C.A
 $0,24u^2 - 1,92u + 1,68 = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow u = \frac{1,92 \pm \sqrt{(-1,92)^2 - 4 \times 0,24 \times 1,68}}{2 \times 0,24} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow u = \frac{1,92 \pm \sqrt{2,0736}}{0,48} \Leftrightarrow u = \frac{1,92 + \sqrt{2,0736}}{0,48}$
 $\sqrt{u} = \frac{1,92 - \sqrt{2,0736}}{0,48} \Leftrightarrow u = 1 \vee u = 7$

Graph of the parabola $h(u)$ showing the interval $(1, 7)$ where the function is below 3.52.

Figura 9.31: Resolução da questão 1.3. (teste de avaliação).

Como podemos verificar nesta fase da investigação, o Nelson demonstra muita segurança na resolução algébrica, conseguindo utilizar a fórmula resolvente. No entanto, a apresentação da solução final da condição não foi conseguida, facto este que pode dever-se essencialmente à falta de conhecimentos do aluno na interpretação de resultados de inequações de 2º grau.

De salientar que, nesta fase, o aluno já faz uso da calculadora gráfica, de forma quase única e exclusiva, de apoio à resolução algébrica.

Na questão 2.1.1, o Nelson reconheceu a função quadrática na forma $f(x) = ax^2 + bx$ determinado as coordenadas do seu vértice e a equação do eixo de simetria.

2.1.1) $f(u) = 2u - 5u^2$
 $\checkmark \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$
 $-\frac{b}{2a} = -\frac{2}{(-5) \times 2} = -\frac{2}{-10} = 0,2 = \frac{1}{5} \checkmark$
 $f(0,2) = 2 \times 0,2 - 5 \times 0,2^2 = 0,4 - 0,2 = 0,2 = \frac{1}{5}$
 Vértice da parábola tem de coordenadas $\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{5}\right)$
 Eixo de simetria $\rightarrow u = \frac{1}{5}$

Figura 9.32: Resolução da questão 2.1.1. (teste de avaliação).

Na questão 2.1.2. o Nelson resolve correctamente o exercício e demonstra saber o que são zeros e uma função, resolvendo uma equação de 2º grau incompleta com alguma facilidade localizando um dos pontos de intersecção do gráfico de f com o eixo Ox o outro ponto é identificado directamente pelo aluno compreendendo que sendo o parâmetro $c=0$, logo o outro zero seria o ponto $(0,0)$.

2.1.2) $f(u) = 0 \Leftrightarrow 2u - 5u^2 = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow u(2 - 5u) = 0 \Leftrightarrow u = 0 \vee 2 - 5u = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow u = 0 \vee -5u = -2 \Leftrightarrow u = 0 \vee 5u = 2 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow u = 0 \vee u = \frac{2}{5}$
 $P(0,0)$
 $Q(\frac{2}{5}, 0)$

Figura 9.33: Resolução da questão 2.1.2. (teste de avaliação).

O Nelson, na questão 2.1.3. resolve correctamente o exercício e demonstra conhecer as propriedades da função quadrática articulando e relacionando o valor do parâmetro a com a concavidade da função e o valor da ordenada do vértice com o máximo da função.

2.1.3) A função admite um máximo absoluto pois a é negativo e que faz com que o seu gráfico seja voltado para baixo logo, o máximo absoluto é o vértice da parábola, sendo o seu valor $\frac{4ac - b^2}{4a}$.

Figura 9.34: Resolução da questão 2.1.3. (teste de avaliação).

Atendendo a que a resolução destes exercícios, inseridos num teste de avaliação, foi efectuada no início da investigação, não é ainda possível responder a todas as 5 questões levantadas. No entanto, é possível verificar que na resolução das alíneas da questão 2, o aluno evidencia maior facilidade em resolver os exercícios de forma algébrica, recorrendo somente à calculadora gráfica como apoio aos cálculos.

9.1.2. Durante a investigação

- Procedimentos para a obtenção de ecrãs de visualização ideais

Na questão 1.2. da tarefa 2, é pretendido que o aluno, através do recurso à calculadora gráfica, determine as coordenadas do vértice da função $f(x) = -3x^2 - 24x - 39$.

1.2) Para determinar as coordenadas do vértice da parábola graficamente, procedi da seguinte forma:

- Liguei a calculadora gráfica e inseri a função $f(x) = -3x^2 - 24x - 39$;
- Visualizei o gráfico da função, como o zoom não era o melhor (não se via o vértice da parábola), modifiquei a janela;
- Carreguei na tecla zoom e selecionei a opção zoom fit;
- Visualizei novamente a representação gráfica da função, como ainda não me satisfazia, mudei o zoom;
- Carreguei na tecla window e escolhi os valores mínimos e máximos para x e y; x mínimo = -10, x máximo = 5, y mínimo = -50, y máximo = 50;
- Visualizei o gráfico e o zoom já era o suficiente para ver o vértice da parábola;
- Carreguei no 2nd Trace e escolhi a opção 4: maximum;
- Selecionei um ponto à esquerda do vértice e outro à sua direita e carreguei duas vezes na seta;
- Verifiquei as coordenadas do vértice (-4, 9).

Figura 9.35: Resolução da questão 1.2. (tarefa 2).

Assim, o Nelson responde à questão de uma forma muito segura, identificando todos os passos processados na busca do ecrã de visualização ideal para, depois, conseguir determinar as coordenadas do vértice.

Vejamos pois as várias capturas de ecrãs realizadas durante a resolução desta questão. Para o registo destes procedimentos utilizou-se o software TI-SmartView™, o emulador da calculadora gráfica TI-84 Plus.

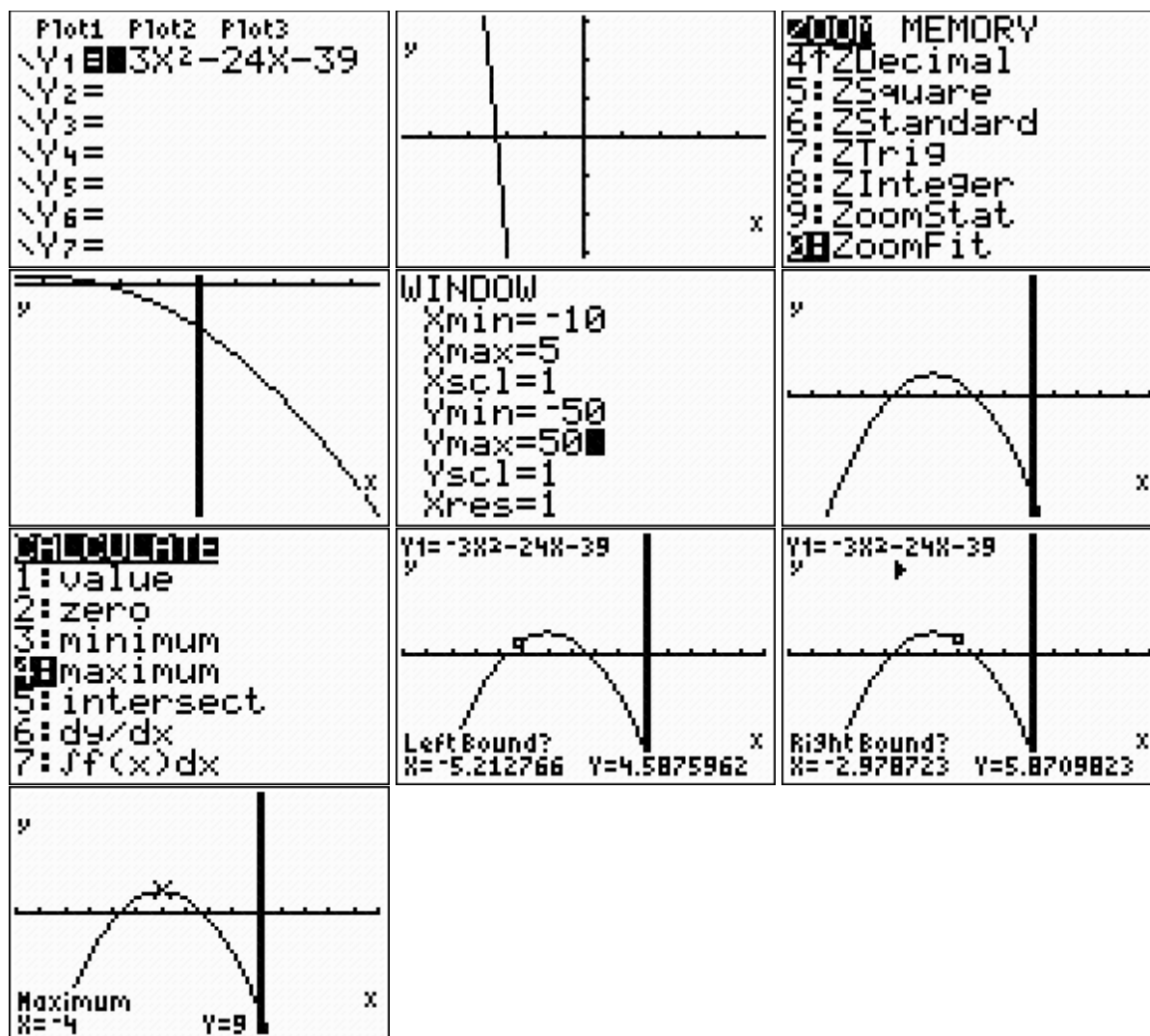


Figura 9.36: Ecrãs de visualização capturados na resolução da questão 1.2. (tarefa 2).

Como é possível verificar, cada uma das capturas de ecrã anteriores leva-nos a reflectir que o Nelson compreende perfeitamente todos os passos que serão necessários para alcançar os resultados desejados. Ao observarmos as imagens do ecrã, denota-se que:

- o aluno sabe introduzir a função;
- ao verificar que a representação gráfica da função não é visível, compreende a necessidade de dar instruções à calculadora, até alcançar uma representação onde seja visível o vértice da função;
- de seguida, vai dar novas instruções à máquina, no sentido de ser calculado o vértice, sendo que é este precisamente o objectivo da tarefa;

- Da representação gráfica à representação algébrica

Na questão seguinte, é solicitado ao aluno que defina analiticamente as funções f e g , considerando representações algébricas anteriormente desenhadas (questão 2.3. da tarefa 2).

O Nelson consegue de forma correcta chegar à representação algébrica das funções f e g . A forma como lá chegou passou por relacionar a representação gráfica das funções com as transformações nas funções quadráticas na forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$. O Nelson apresenta também uma justificação escrita para os seus resultados, sendo de salientar que o valor de a na expressão da função f foi determinado por tentativa-erro, recorrendo à calculadora gráfica para verificação de valores.

2.3) $f(u) = 2(u-2)^2 - 1$
 $\textcircled{?}(u-2)^2 - 1$

$(u-2)^2$ porque o gráfico se desloca duas casas para a direita em relação ao eixo dos y .

-1 porque o gráfico se desloca uma casa para baixo em relação ao eixo dos x .

Recorrendo à calculadora verificou-se que os pontos não coincidem com os do gráfico da figura 1. A parábola teria de ficar mais "estreita". Para isso o a teria de ser positivo.

Num momento de tentativa e erro, experimentei o $a = 2$ e calculei os pontos. Os resultados pareciam ser iguais aos pontos do gráfico da figura 1.

Figura 9.37: Resolução da questão 2.3. (tarefa 2), expressão algébrica da função f .

$g(u) = -(u-2)^2 + 4$
 $\textcircled{?}(u-2)^2 + 4$
 $B(0,0)$
 $0 = -a(0-2)^2 + 4 \Rightarrow 0 = -a \times 4 + 4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow -4a = 4 \Rightarrow a = -1$

Figura 9.38: Resolução da questão 2.3. (tarefa 2), expressão algébrica da função g .

Como podemos verificar o Nelson neste caso usou um processo algébrico para determinar o valor do parâmetro a .

Aquando da entrevista, foi-lhe pedido que explicasse como é que obteve a expressão algébrica da função f :

Estagiário: Como é que chegaste a este resultado?

Nelson: Sei que cada uma das funções é a transformação da função x^2 . Depois foi só ver as transformações que tiveram. No caso da f ela anda duas casas para a direita e uma para baixo, então fica $a(x-2)^2-1$ depois foi só calcular o valor de a que confesso foi muito numa questão de “procura”.

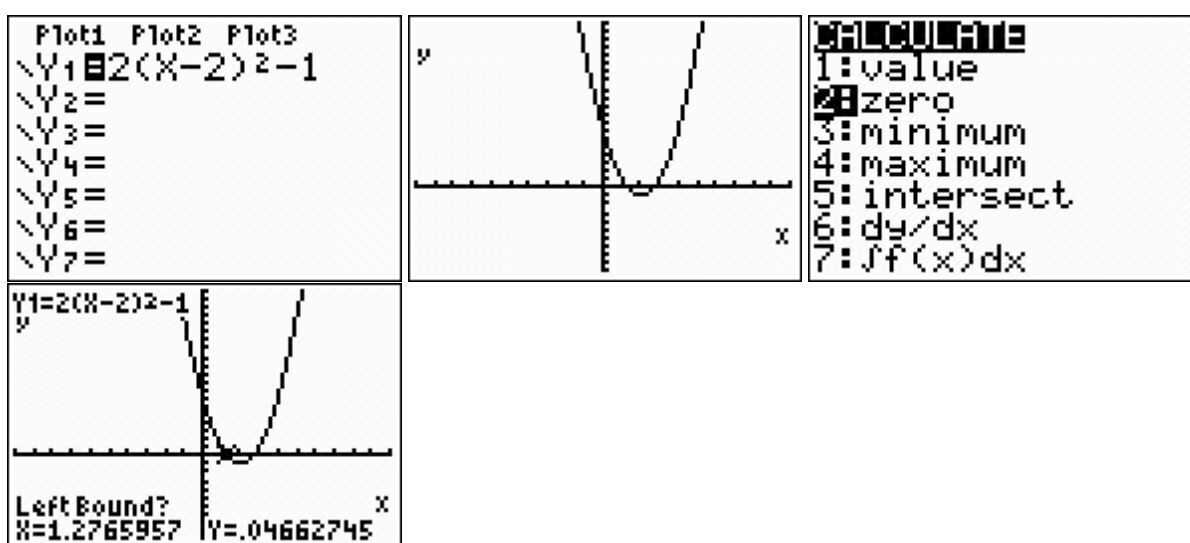


Figura 9.39: Verificação da questão 2.3. (tarefa 2), expressão algébrica da função f .

Como se verifica pela explicação dada pelo Nelson na entrevista, ele consegue de forma correcta encontrar os valores dos parâmetros h e k , por transformações da função x^2 . Contudo, o valor do parâmetro a não foi calculado de forma consciente, mas sim por tentativa-erro. Inicialmente atribuiu-lhe o valor de 1 e depois de 2, fazendo sempre uso da calculadora para a verificação dos zeros da função, comparando-os depois com a representação algébrica da função

No caso da função g , a opção de resolução inicial foi a mesma, tendo sido encontrados os valores dos parâmetros h e k . Todavia, para determinar o valor de a , o aluno resolveu a equação em ordem a a , atribuindo as coordenadas de um ponto da função a x e y .

- Da representação numérica à representação algébrica

Na 1ª alínea da tarefa 3, é pedido que seja definida a função área do quadrado inscrito em função do deslocamento do ponto P numa das arestas do quadrado.

O Nelson determina correctamente a medida do comprimento da hipotenusa do triângulo rectângulo da figura, \overline{SP} e não mostra dificuldades no cálculo da área do quadro inscrito $[PQRS]$.

a) \overline{SP}

$20-u$

u

$\overline{SP} = l$ do quadrado inscrito

$$l = \sqrt{u^2 + (20-u)^2} =$$

$$= \sqrt{u^2 + 400 - 40u + u^2} =$$

$$= \sqrt{2u^2 - 40u + 400}$$

$$A_{\text{do quadrado}} = (\sqrt{2u^2 - 40u + 400})^2 = 2u^2 - 40u + 400$$

Figura 9.40: Resolução da 1ª alínea (tarefa 3).

No decorrer da entrevista, ao ser questionado, o aluno mostra muita consciência do que realizou:

Estagiário: Que figura vê dentro do quadrado?

Nelson: Outro quadrado.

Estagiário: Como é possível determina a área desse quadro inscrito?

Nelson: Depois de determinar o valor da hipotenusa do triângulo rectângulo que corresponde ao lado do quadrado basta usar esse valor para determinar a expressão da área do quadrado.

Estagiário: Bom, muito bem pensado.

Com a resolução da questão anterior, certifica-se que o aluno consegue claramente fazer a passagem da representação numérica à representação algébrica, reconhecendo que a deslocação do ponto P sobre o segmento \overline{AB} origina sempre, em cada um dos vértices do quadrado $[ABCD]$, um triângulo rectângulo. Assim sendo, pelo Teorema de Pitágoras, o aluno vai encontrar o valor da hipotenusa do triângulo em função de x , usando este valor para calcular a área do quadrado inscrito. Como foi referido pelo próprio na entrevista, o aluno não recorreu à calculadora em todo o processo.

- Processos algébricos *versus* gráficos na resolução de problemas

Como já foi referido anteriormente na questão 2.3. da tarefa 2 (definir analiticamente as funções f e g , considerando representações algébricas anteriormente desenhadas), o Nelson adopta uma resolução algébrica para obter a expressão da função g e adopta uma resolução gráfica para a função f .

Na 2ª alínea da tarefa 3 o aluno determina, por processos unicamente algébricos, o maior e o menor valor da área do quadrado inscrito.

No entanto, no final da resolução, o Nelson foi ainda certificar-se na calculadora gráfica se não tinha cometido nenhum erro. O aluno começou então por determinar os valores de $f(0)$ e $f(20)$, onde “0” e “20” são os valores de distância mínima e máxima do ponto A ao ponto móvel P . Verificando que estes são iguais, conclui que estes valores correspondem ao valor de maior área, determinando depois o vértice da função área para assim determinar o valor de menor área.

$$b) \quad f(0) = 2 \times 0^2 - 40 \times 0 + 400 = 400$$

$$f(20) = 2 \times 20^2 - 40 \times 20 + 400 = 800 - 800 + 400 = 400$$

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{-40}{2 \times 2} = -\frac{-40}{4} = 10$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(10) = 2 \times 10^2 - 40 \times 10 + 400 = 200 - 400 + 400 = 200$$

R: O maior valor da área do quadrado inscrito é 400 cm^2
e o menor é 200 cm^2

Figura 9.41: Resolução da 2ª questão (tarefa 3).

No decorrer da entrevista, ao ser questionado, o aluno voltou a apresentar muita segurança no que fez:

Estagiário: Nelson porque adoptaste o processo algébrico para resolver o problema?

Nelson: Como já conhecia a expressão analítica da função área é para mim mais fácil determinar as coordenadas do vértice.

Estagiário: Mas como sabes se esse valor corresponde ao valor de maior ou menor área?

Nelson: Fácil como o valor de $[a]$ é positivo a parábola tem a concavidade voltada para cima e daí concluo que o vértice da função será o mínimo. Depois o $f(0)$ e $f(20)$ será o valor máximo da área.

Estagiário: Porque foste depois confirmar tudo na calculadora.

Nelson: Para ver se não me tinha enganado nos cálculos.

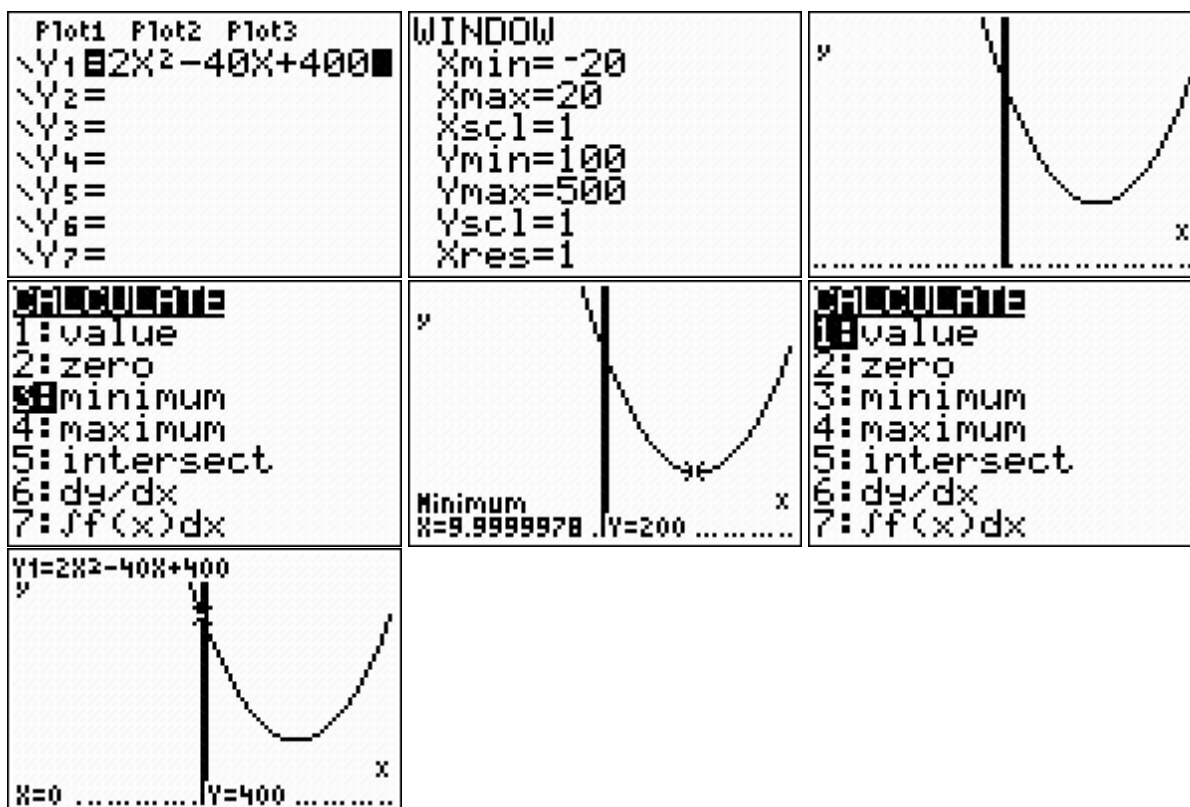


Figura 9.42: Verificação da 2ª questão (tarefa 3).

Na questão que ficou como trabalho de casa (questão 3.4. da tarefa 2), o Nelson encontrou a solução da inequação de forma correcta por um processo algébrico.

$$\begin{aligned}
 3.4) \quad f(u) &\geq \frac{720}{169} \Leftrightarrow -\frac{60}{169} u^2 + \frac{60}{13} u \geq \frac{720}{169} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow -\frac{60}{169} u^2 + \frac{60}{13} u - \frac{720}{169} \geq 0 \\
 \text{C.A.} \\
 &-\frac{60}{169} u^2 + \frac{60}{13} u - \frac{720}{169} = 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow -60 u^2 + 780 u - 720 = 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow u = \frac{-780 \pm \sqrt{780^2 - 4 \times (-60) \times (-720)}}{2 \times (-60)} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow u = \frac{-780 \pm \sqrt{608400 - 172800}}{-120} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow u = \frac{-780 \pm 660}{-120} \Leftrightarrow u = \frac{-780+660}{-120} \vee u = \frac{-780-660}{-120} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow u = \frac{-120}{-120} \vee u = \frac{-1440}{-120} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow u = 1 \vee u = 12 \\
 &\frac{-60}{169} u^2 + \frac{60}{13} u - \frac{720}{169} \geq 0, u \in [1; 12]
 \end{aligned}$$

Figura 9.43: Resolução da questão 3.4. (tarefa 2).

Como podemos verificar em todas as resoluções destas questões, quer as que foram realizadas como tarefa individual com apoio do estagiário, quer aquelas que foram como trabalho para casa, o aluno demonstrou conhecimentos e consistência na sua aplicação. No entanto, recorreu algumas vezes ao estagiário para retirar dúvidas por forma a consolidar os seus conhecimentos na resolução algébrica e no uso da calculadora gráfica. Verificamos então que nesta fase, foi importante para o aluno ter um apoio mais próximo por parte do estagiário, o que lhe possibilitou ultrapassar algumas dificuldades que haviam sido evidenciadas no teste anteriormente realizado, onde por exemplo não conseguiu apresentar a solução final da inequação de 2º grau, situação entretanto alcançada e que é espelhada na resolução da questão anterior.

9.1.3. No final da investigação

No final da investigação, o Nelson responde ao problema seleccionado do teste intermédio com um bom desempenho. Na questão 3.1., onde é solicitado ao aluno que mostre que a área, em metros quadrados, da zona relvada é dada, em função de x , por $S(x) = 4x^2 - 32x + 128$.

O aluno passa de uma representação numérica para uma representação algébrica determinando correctamente a expressão da área, em metros quadrados, da zona relvada, em função de x . No entanto existe um pequeno erro na solução final da questão e o aluno não explica de forma satisfatória como encontrou a igualdade $\overline{DG} = 16 - 2x$.

3.1) $S(u) = A_{\text{triângulo}} - A_{\text{rectângulo}}$ ✓

~~$\triangle ADE \sim \triangle ADC$~~

$AC = u$

$u^2 = 8^2 + 16^2 \Rightarrow u = \sqrt{320}$

O triângulo $[ADE]$ é semelhante ao triângulo $[ADC]$ porque partilham um mesmo ângulo.

$DG = 16 - 2u$

$\frac{16}{2u} = \frac{16}{GD} \Rightarrow GD = \frac{16 \times 2u}{16} = 2u$ ✓

$S(u) = \frac{16 \times 16}{2} - 2u(16 - 2u) =$

~~$128 - 32u + 4u^2$~~

$= 128 - 32u + 4u^2 =$

$= 4u^2 - 32u + 128$

Figura 9.44: Resolução da questão 3.1. (teste intermédio).

Em relação à questão 3.2., o aluno optou por um processo algébrico e consegue resolver com muito rigor a questão encontrando o valor de x onde a área relvada é mínima e o valor da área.

$$\begin{aligned}
 3.2) \quad S(u) &= 4u^2 - 32u + 128 \\
 V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) \quad f\left(-\frac{b}{2a}\right) &= \text{Área da zona retangular mínima} \\
 -\frac{b}{2a} &= -\frac{-32}{2 \times 4} = -\frac{-32}{8} = 4 \quad \checkmark \\
 f(4) &= 4 \times 4^2 - 32 \times 4 + 128 = 64 - 128 + 128 = \\
 &= 64 \quad \checkmark \\
 \text{A área retangular mínima é } &64 \text{ m}^2 \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

Figura 9.45: Resolução da questão 3.2. (teste intermédio).

Relativamente à questão 3.3. e novamente por um processo algébrico, o aluno resolve a questão, no entanto no final da resolução o aluno esqueceu o domínio do problema tendo ficado incorrecta a solução final da inequação de 2º grau.

$$\begin{aligned}
 3.3) \quad f(u) &> 68 \quad \wedge \quad u \in]0,8[\\
 4u^2 - 32u + 128 &> 68 \Leftrightarrow 4u^2 - 32u + 60 > 0 \\
 \text{C.A.} \\
 4u^2 - 32u + 60 &= 0 \Leftrightarrow u = \frac{-(-32) \pm \sqrt{(-32)^2 - 4 \times 4 \times 60}}{2 \times 4} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow u &= \frac{32 \pm \sqrt{64}}{8} \Leftrightarrow u = \frac{32 \pm 8}{8} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow u &= \frac{40}{8} \vee u = \frac{24}{8} \Leftrightarrow u = 5 \vee u = 3 \\
 4u^2 - 32u + 60 &> 0, \quad u \in]-\infty, 3[\cup]5, +\infty[\\
 \text{A área } &f(u) > 68 \Leftrightarrow u \in]0, 3[\cup]5, 8[
 \end{aligned}$$

Figura 9.46: Resolução da questão 3.3. (teste intermédio).

Relativamente a esta fase o aluno revela, individualmente e em contexto de avaliação, uma maior consolidação dos conhecimentos. Situações como a leccionação das matérias em sala de aula, o apoio extra sala de aula dado pelo estagiário, permitiram que o aluno atingisse níveis de execução e de sucesso na resolução das questões apresentadas (de que é exemplo o teste intermédio) bastante elevados e satisfatórios.

É de salientar que nesta fase da investigação que o aluno conseguiu optar por aquilo que tornava a resolução das questões mais eficiente, sendo que ora recorria à resolução algébrica, ora recorria ao uso da calculadora gráfica, ou recorria até a ambas em simultâneo (sendo o uso da calculadora gráfica uma forma de verificar resultados).

9.2. O caso da Sofia

9.2.1. No início da investigação

A Sofia no início da investigação, na realização do teste de avaliação demonstrou algumas dificuldades na questão 1 não conseguindo determinar o valor da altura do poste B.

Na questão 1.2 recorrendo à calculadora gráfica, a aluna determinou a altura mínima da rampa mas mostrou algumas dificuldades na sua redacção escrita e na forma como explica os procedimentos efectuados.

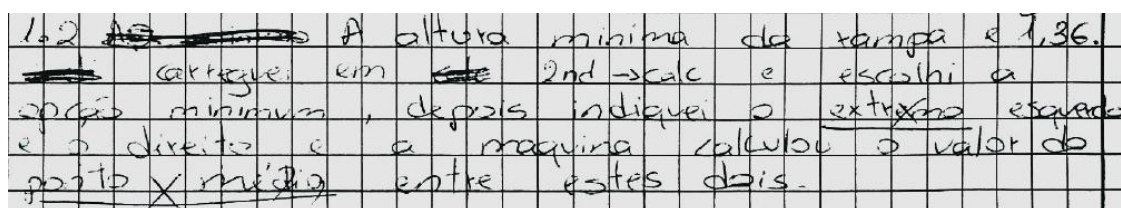


Figura 9.47: Resolução da questão 1.2. (teste de avaliação).

Na questão 1.3, a Sofia mostrou saber resolver algebricamente uma inequação de 2º grau, apresentado a solução correcta do exercício.

$0.24x^2 - 1.92x + 1.65 < 3.52 \Rightarrow 0.24x^2 - 1.92x - 1.87 = 0$
 $a = 0.24$
 $b = -1.92$
 $c = -1.65$
 $x = \frac{-(-1.92) \pm \sqrt{(-1.92)^2 - 4 \times 0.24 \times (-1.65)}}{2 \times 0.24} \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \frac{1.92 \pm \sqrt{2.0736}}{0.48} \Rightarrow x = \frac{1.92 + 1.44}{0.48} \vee x = \frac{1.92 - 1.44}{0.48}$
 $\Rightarrow x = 7 \vee x = 1$
 Resposta: A função $h(x)$ é menor do que 3.52 quando $x \in]1, 7[$

Figura 9.48: Resolução da questão 1.3. (teste de avaliação).

Na questão 2.1.1, a Sofia reconhece a função quadrática na forma $f(x) = ax^2 + bx$ determinando as coordenadas do seu vértice mas não define correctamente a equação do eixo de simetria.

$f(x) = 2x - 5x^2$
 $a = -5$
 $b = 2$
 $c = 0$
 $V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right) \right)$
 $\frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \times (-5)} = 0.2 = \frac{1}{5}$
 $f\left(\frac{-b}{2a}\right) = f\left(\frac{1}{5}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{5}\right) - 5 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$
 $V = \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{5} \right)$
 O eixo de simetria é ~~$x=0$~~ $x = \frac{1}{5}$

Figura 9.49: Resolução da questão 2.1.1 (teste de avaliação).

A Sofia não resolve as questões 2.1.2 e 2.1.3 deste teste.

9.2.2. Durante a investigação

- Procedimentos para a obtenção de ecrãs de visualização ideais

Na questão 1.2. da tarefa 2, é pretendido que o aluno, através do recurso à calculadora gráfica, determine as coordenadas do vértice da função $f(x) = -3x^2 - 24x - 39$.

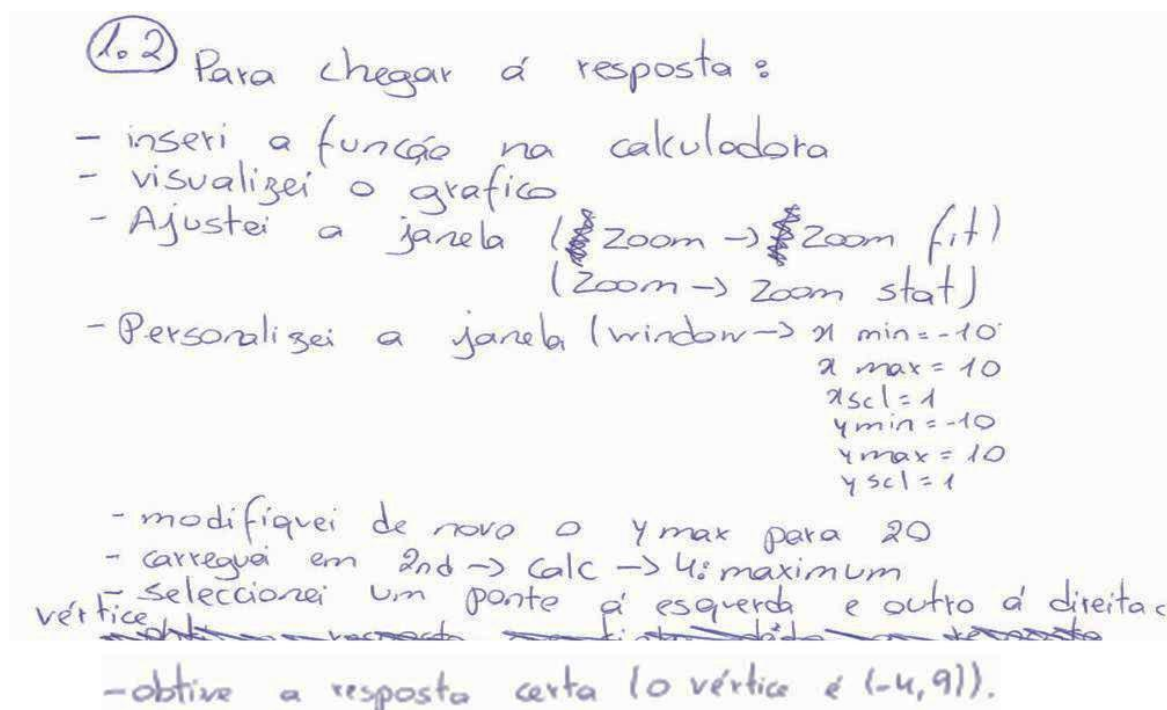


Figura 9.50: Resolução da questão 1.2. (tarefa 2).

Assim, a Sofia responde à questão de forma correcta identificando todos os passos processados na busca do ecrã de visualização ideal. No entanto, o discurso da Sofia é pouco sólido e pouco seguro, o que se percebe ao verificar os passos para conseguir determinar as coordenadas do vértice.

Vejamos de seguida os ecrãs capturados pelo software TI-SmartView™ na resolução desta questão. É de notar alguma insegurança da Sofia na manipulação da calculadora gráfica que se reflecte na quantidade de instruções emitidas à calculadora.

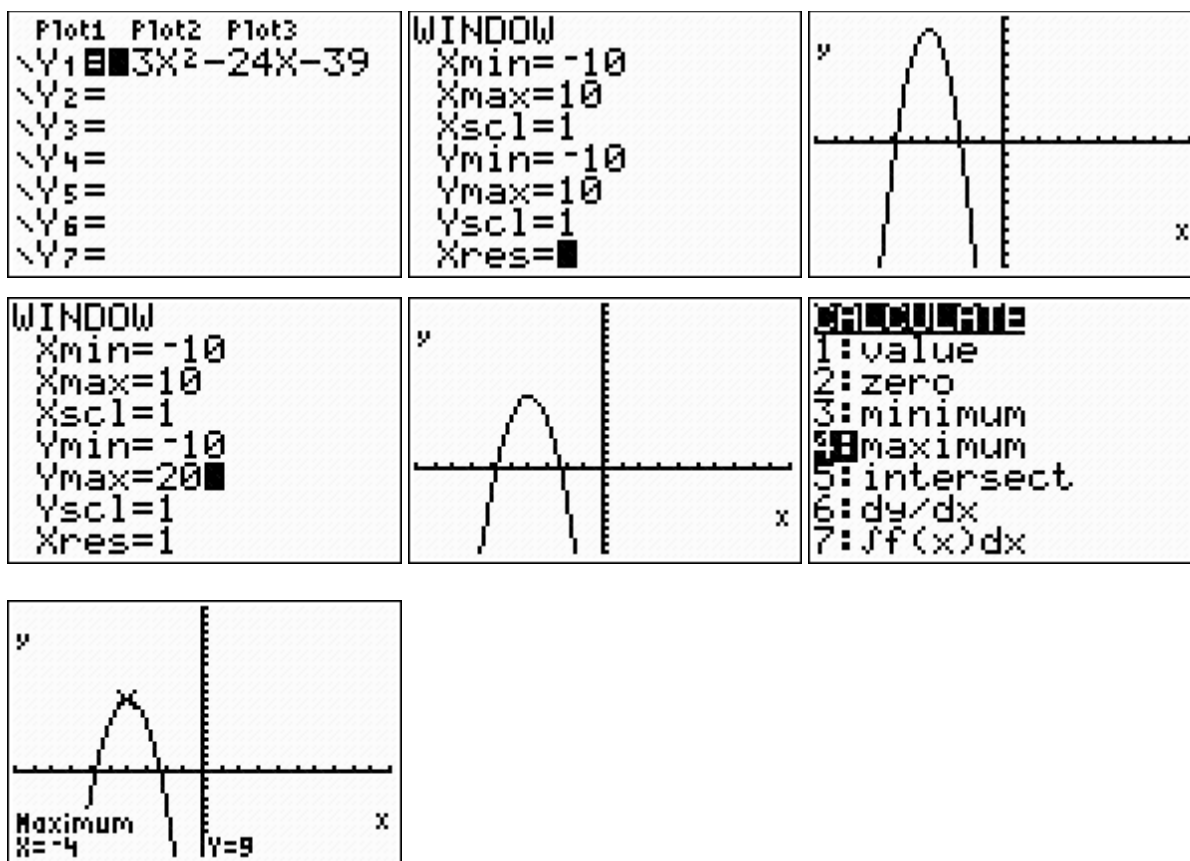


Figura 9.51: Ecrãs de visualização capturados na resolução da questão 1.2. (tarefa 2).

No caso da Sofia e ao analisarmos cada uma das capturas de ecrã, denota-se que:

- iv. a aluna sabe introduzir a função;
- v. ao verificar que a representação gráfica da função não é visível, também ela compreende a necessidade de dar instruções à calculadora, até alcançar uma representação onde seja visível o vértice da função. No entanto estas instruções foram inseridas um pouco ao acaso, uma vez que a aluna utilizou intervalos de valores maiores na personalização da janela Windows (de -10 a 10 nas coordenadas x e y), tendo depois rectificado o valor de y_{max} de 10 para 20;
- vi. quanto ao cálculo das coordenadas do vértice, estas foram conseguidas sem dificuldades;

- Da representação gráfica à representação algébrica

Na questão seguinte, é solicitada à aluna que defina analiticamente as funções f e g , considerando representações algébricas anteriormente desenhadas (questão 2.3. da tarefa 2).

A Sofia consegue de forma correcta chegar à representação algébrica das funções f e g , a forma como lá chegou foi muito semelhante à do Nelson trabalhando com as transformações das funções quadráticas na forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$,

Handwritten work for function f :

Vertex: $V(2, -1)$
 $V(h, k)$

Point: $P(1, 1)$

Equation: $f(x) = a(x-h)^2 + k$

Substitution: $a(1-2)^2 - 1 = 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a \cdot 1 - 1 = 1 \Rightarrow a = \frac{1+1}{1}$
 $\Rightarrow a = 2$

Final equation: $f(x) = 2(x-2)^2 - 1$

Handwritten work for function g :

Vertex: $V(2, 4)$
 $V(h, k)$

Point: $P(4, 0)$

Equation: $g(x) = a(x-h)^2 + k$

Substitution: $a(4-2)^2 + 4 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a \cdot 4 + 4 = 0 \Rightarrow a = \frac{-4}{4}$
 $\Rightarrow a = -1$

Final equation: $g(x) = -1(x-2)^2 + 4$

Figura 9.52: Resolução da questão 2.3. (tarefa 2).

Como podemos verificar a Sofia neste caso usou um processo algébrico para determinar o valor do parâmetro a .

Aquando da entrevista, foi-lhe pedido que explicasse como é que obteve a expressão algébrica das funções:

Estagiário: Como é que chegaste a estes resultados?

Sofia: Determinei o vértice de cada uma das funções olhando para o gráfico depois foi só calcular o valor de a e escrever a expressão de cada função.

Estagiário: Foi fácil de resolver?

Sofia: Acho que sim. Olhando para o gráfico é sempre mais fácil ver os valores.

Estagiário: Porque não verificas os teus resultados com a calculadora?

Sofia: Não vai ser necessário.

Como se verifica pela explicação dada pela Sofia na entrevista, ela consegue de forma correcta e, fácil (parafraseando-a), encontrar os valores dos parâmetros h e k , por transformações da função x^2 . Para determinar o valor de a , a aluna resolveu a equação em ordem a a , atribuindo as coordenadas de um ponto da função a x e y . Do mesmo modo procedeu para encontrar a expressão algébrica da função g .

- Da representação numérica à representação algébrica

Na 1ª alínea da tarefa 3, é pedido que seja definida a função área do quadrado inscrito em função do deslocamento do ponto P numa das arestas do quadrado.

A Sofia nesta questão não mostra dificuldades em determinar a expressão da área do quadro inscrito $[PQRS]$, para o conseguir começa por determinar a área do quadrado grande, depois determina a expressão da área de um dos triângulos rectângulos em função de x e para terminar determina a expressão da área do quadrado inscrito subtraindo a área do quadrado grande a expressão da área dos quatro triângulos rectângulos.

A)

$$A_{\square} = 20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$$

$$A_{\triangle} = \frac{(20-x) \times (x)}{2} = \frac{20x - x^2}{2}$$

$$400 - 4 \left(\frac{20x - x^2}{2} \right) = 400 - \frac{80x - 4x^2}{2} =$$

$$= 400 - 40x + 2x^2$$

$$= 2x^2 - 40x + 400$$

Figura 9.53: Resolução da 1ª alínea (tarefa 3).

Na resolução da questão comprova-se assim que a aluna consegue fazer a passagem da representação numérica à representação algébrica, sem recorrer ao uso da calculadora gráfica. Salientamos que nesta questão, dois factores constituíram uma mais-valia: o recurso ao computador como simulador da questão em apreço e o apoio e esclarecimento das dúvidas colocadas ao estagiário.

- Processos algébricos *versus* gráficos na resolução de problemas

Como já foi referido anteriormente na questão 2.3. da tarefa 2 (definir analiticamente as funções f e g , considerando representações algébricas anteriormente desenhadas), a Sofia tal como o Nelson adopta uma resolução algébrica para obter as expressões das funções f e g .

Na 2ª alínea da tarefa 3, a aluna determina por processos unicamente algébricos o maior e o menor valor da área do quadrado inscrito recorrendo às informações encontradas na resolução da 1ª alínea. Tendo como ponto de partida a expressão algébrica da área do quadro inscrito, a Sofia começou por determinar o maior valor da área que acontece quando o quadrado inscrito coincide com o quadrado $[ABCD]$, tendo assim um quadrado de lado 20 cm, depois determina a hipotenusa do triângulo rectângulo $[PBQ]$ para determinar o comprimento do lado do quadrado quando o ponto P está no ponto médio da sua deslocação no lado \overline{AB} , determinando depois a partir deste valor encontrado o menor valor da área.

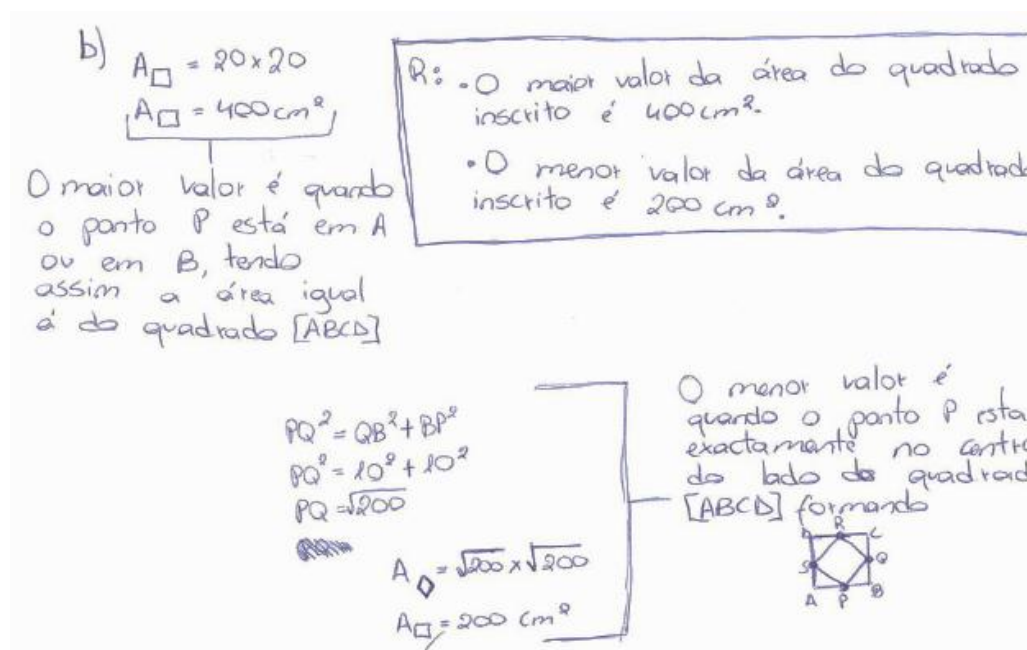


Figura 9.54: Resolução da 2ª questão (tarefa 3).

No decorrer da entrevista, ao ser questionada, a aluna mostrou-se algo insegura e pouco rigorosa no discurso, sendo notória a falta de bases para que de forma natural a aluna possa resolver este tipo de problemas.

Estagiário: Sofia porque adoptaste o processo algébrico para resolver o problema?

Sofia: Como já conhecia a área máxima do quadrado inscrito que acontece quando este coincide com o quadrado $[ABCD]$ logo a área mínima seria quando o ponto P estivesse no centro do lado do quadrado.

Estagiário: Mas como justificas essa conclusão?

Sofia: Como o valor da área é igual quanto P coincide com A e com B e como sei que a função área é quadrática pelo 1º exercício logo como a parábola é voltada para cima o mínimo vai ser no meio.

Estagiário: No meio do quê?

Sofia: No vértice na parábola.

Na questão 3.4. da tarefa 2, que ficou como trabalho de casa, a Sofia encontrou a solução da inequação de forma correcta por um processo quase na totalidade algébrico recorrendo à calculadora gráfica apenas para visualizar o gráfico e fazer um esboço.

3.4

$$-\frac{60}{169}x^2 + \frac{60}{13}x \geq \frac{720}{169} \Leftrightarrow -\frac{60}{169}x^2 + \frac{60}{13}x - \frac{720}{169} \geq 0$$

~~$-\frac{60}{169}x^2 + \frac{60}{13}x - \frac{720}{169} \geq 0$~~

$$(\Rightarrow) -60x^2 + 780x - 720 \geq 0$$

C.A

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = -60$
 $b = 780$
 $c = -720$

$$x = \frac{-780 \pm \sqrt{780^2 - 4(-60)(-720)}}{2(-60)}$$

$$x = \frac{-780 \pm 660}{-120} = x = \frac{-780 + 660}{-120} \vee x = \frac{-780 - 660}{-120}$$

$$= x = 1 \vee x = 12$$

$R: f(x) \geq 0 \quad x \in [1, 12]$

Figura 9.55: Resolução da questão 3.4. (tarefa 2).

A aluna Sofia, apesar de ser uma aluna algo distraída e menos participativa em contexto de sala de aula no que concerne à exposição das suas dúvidas, soube retirar bastante proveito do apoio próximo prestado pelo estagiário durante a investigação.

Conforme se verifica em todas as resoluções destas questões, quer as que foram realizadas como tarefa individual com apoio do estagiário, quer aquelas que foram como trabalho para casa, é notória uma evolução e uma autonomia mais acentuada no desempenho

das tarefas propostas. Sem dúvida alguma que este foi também um espaço privilegiado para que a aluna pudesse aperfeiçoar a forma como usa a calculadora gráfica, aprendendo a dela retirar todas as suas potencialidades.

9.2.3. No final da investigação

No final da investigação a Sofia responde ao problema seleccionado do teste intermédio de uma forma muito incompleta. Na questão 3.1., onde é solicitado ao aluno que mostre que a área, em metros quadrados, da zona relvada é dada, em função de x , por $S(x) = 4x^2 - 32x + 128$.

A aluna apenas conseguiu traduzir que a expressão da área, em metros quadrados, da zona relvada, em função de x era determinada pela subtracção da área do rectângulo à área do triângulo definindo também o comprimento do lado do rectângulo por $16 - 2x$.

3.1

$$A_{\triangle} = \frac{16 \times 16}{2}$$

$$A_{\triangle} = 128 \text{ m}^2 \checkmark$$

$$A_{\square} = (16 - 2x) \times x$$

$$A_{\square} - A_{\triangle} =$$

Diagram of a rectangle with length $16 - 2x$ and width x . \checkmark

Figura 9.56: Resolução da questão 3.1. (teste intermédio).

Em relação à questão 3.2., a aluna optando por um processo algébrico e não consegue encontrar o valor de x onde a área relvada é mínima.

3.2 $x \in [0, 8]$

minimo = 1

$S(1) = 4(1)^2 - 32(1) + 128$?
$S(1) = 4 - 32 + 128$	
$S(1) = 100$	

Resposta: A área da zona relvada é mínima quando $x = 1$ e é 100 m^2 . \checkmark

Figura 9.57: Resolução da questão 3.2. (teste intermédio).

Relativamente à questão 3.3., onde é solicitado que a aluno resolva uma inequação do 2º grau, e novamente por um processo algébrico, a aluna resolve a questão com alguma facilidade, no entanto no final da resolução, assim como o Nelson, a Sofia esqueceu o domínio do problema tendo ficado incorrecta a solução final da inequação.

3.3

$$4x^2 - 32x + 128 > 68$$

$$4x^2 - 32x + 128 - 68 > 0$$

$$4x^2 - 32x + 60 > 0$$

$C = A$

$$4x^2 - 32x + 60 = 0 \quad (1)$$

$$(1) \quad x = \frac{-(-32) \pm \sqrt{(-32)^2 - 4 \times 4 \times 60}}{2 \times 4} \quad (2)$$

$$(1) \quad x = \frac{32 \pm \sqrt{1024 - 960}}{8} \quad (3)$$

$$(1) \quad x = \frac{32 \pm \sqrt{64}}{8} \quad (4)$$

$$(1) \quad x = \frac{32+8}{8} \vee x = \frac{32-8}{8} \quad (5)$$

$$(1) \quad x = 5 \vee x = 3$$

	$-\infty$	3		5	$+\infty$
$(x-3)$	-	0	+	+	+
$(x-5)$	-	-	-	0	+
$S(x)$	+	0	-	0	+

$R: S(x) > 68 m^2$

$x \in]-\infty, 3[\cup]5, +\infty[$

Figura 9.58: Resolução da questão 3.3. (teste intermédio).

Relativamente a esta fase e, pese embora a evolução obtida pela aluna aquando da investigação, esta continua ainda a revelar alguns problemas em termos de autonomia e decisão na resolução de problemas que, poderão ser facilmente ultrapassados se existir um apoio mais próximo no esclarecimento das dúvidas o que, por si, despoletará nela maior confiança e sucesso na resolução das tarefas propostas.

CAPÍTULO 10 – REFLEXÕES

Relembramos que o objectivo principal desta investigação é analisar a qualidade na utilização das novas tecnologias ao dispor dos alunos - calculadoras gráficas e computadores - na resolução de problemas e realização de tarefas de natureza exploratória e investigativa, no âmbito do estudo das funções quadráticas em alunos do 10º ano de escolaridade. Pretende-se assim, neste capítulo organizar algumas reflexões sobre as principais questões da investigação: o estudo de caso; as metodologias no estudo das funções quadrática; e no uso das tecnologias.

Antes de mais importa salientar que, tendo em conta a metodologia utilizada, os resultados desta investigação não podem ser generalizáveis. No entanto, reflectindo no trabalho realizado, consideramos que esta investigação se revelou vantajosa para todos os intervenientes: escola, alunos e estagiário. Em particular o estagiário faz uma a reflexão sobre a sua prática revelando uma mais-valia, na medida em que contribuiu para um aprofundamento dos meus conhecimentos sobre as tarefas a propor aos alunos, bem como sobre as respectivas potencialidades, enriquecendo desta forma a sua formação.

5.5. Reflexão sobre o estudo de caso

Após a realização desta investigação o **Nelson** consegue a tradução da representação gráfica de uma função quadrática para a representação algébrica apresentando uma equação correcta, do tipo $f(x)=a(x-h)^2+k$ e não revela dificuldades quando considera as coordenadas do vértice e as coordenadas de um outro ponto da função na determinação do parâmetro a . Revela, portanto, que reificou algumas propriedades da função quadrática quando recorre especialmente à transformação de funções. Em suma, identifica as propriedades das funções na sua representação gráfica e algébrica.

No que diz respeito ao uso da calculadora gráfica, e na interpretação dos dados do desenho gráfico visualizado no ecrã da calculadora e à sua manipulação, o Nelson revela muitas facilidades e identifica a generalidade das propriedades da função. Por outro lado, o

Nelson continua sempre que pode a recorrer à calculadora para confirmar os seus resultados e para mencionar algo mais na resolução dos problemas, estas indicações aparecem nas resoluções do Nelson em texto escrito.

Na resolução de inequações o aluno, adopta uma resolução algébrica, calcula e interpreta correctamente o valor das expressões, mas não conclui o problema nem consegue determinar a solução pretendida. À semelhança dos problemas matemáticos, o Nelson revela também preferência por processos analíticos na resolução de problemas da semi-realidade e refere que recorre à calculadora para confirmar resultados ou quando não consegue resolver uma questão algebricamente.

Em relação à **Sofia**, esta consegue a tradução da representação gráfica de uma função quadrática para a representação algébrica apresentando uma equação correcta, do tipo $f(x) = a(x-h)^2 + k$ e não revela dificuldades quando considera as coordenadas do vértice e as coordenadas de um outro ponto da função na determinação do parâmetro a .

No que diz respeito ao uso da calculadora gráfica, e na interpretação dos dados do desenho gráfico visualizado no ecrã da calculadora e à sua manipulação, a Sofia revela algumas dificuldades e não usufrui mais da calculadora porque ainda se sente demasiado insegura e com falta de conhecimentos na manipulação da mesma. No entanto a Sofia continua a recorrer à calculadora para visualizar a representação gráfica de funções.

Na resolução de inequações a aluna, adopta uma resolução algébrica, calcula e interpreta correctamente o valor das expressões, mas tal como o Nelson não conclui o problema nem consegue determinar a solução pretendida.

Nos problemas matemáticos, a Sofia revela também preferência por processos analíticos na resolução de problemas da semi-realidade. No entanto, é de notar que no teste intermédio a Sofia não conseguiu encontrar a representação algébrica da expressão da área em função da variável x , limitando-se apenas a calcular a área do triângulo e a mencionar que a área sombreada, correspondente à zona relvada, seria a subtracção da área do triângulo com a área do rectângulo. A Sofia nesta situação concreta não conseguiu definir o lado \overline{ED} do rectângulo para avançar na resolução do problema porque não identificou a semelhança de triângulos $[ADE]$ e $[AOC]$, “Professor eu não consegui identificar essa semelhança, pois

agora já estou a ver como devia ter feito” - com esta citação percebe-se que, com algum estímulo, apoio e sugestões apresentadas pelo estagiário, a aluna consegue depois prosseguir com a resolução dos problemas.

Relativamente **ao papel do computador na simulação de problemas** é de salientar que na resolução da tarefa 3, o estagiário mostrou a simulação do problema previamente montada usando o programa de geometria dinâmica Sketchpad. Em relação a esta situação, os dois alunos foram unânimes em referir que era muito giro ver os pontos a movimentar-se e que era uma maneira divertida de visualizar o deslocamento dos pontos. Relativamente à possível ideia da expressão algébrica que define a função, os alunos subentenderam logo o comportamento da mesma referindo que a simulação facilitava em muito o estudo da futura expressão algébrica da função.

5.6. Reflexão sobre as metodologias no estudo das funções quadrática

No final desta investigação dá para notar que os alunos possuem conhecimentos sobre funções quadráticas, conhecem algumas das suas representações, mas revelam um conhecimento compartimentado tendo alguma dificuldade em estabelecer conexões entre as várias representações que consideram objectos matemáticos distintos. Nos casos particulares analisados, os alunos não conseguiram mostrar, na resolução das tarefas propostas, flexibilidade na passagem de um sistema de representação para outro.

Por isso é cada vez mais importante que o ensino seja pensado de modo a proporcionar aos alunos experiências de carácter investigativo, que incluam o recurso a uma diversidade de estratégias de resolução onde a tradução da representação de uma função para outra é fundamental para que os alunos tomem consciência de que existem várias representações que podem ser utilizadas na resolução de problemas. No entanto há representações que, por vezes, são mais eficazes do que outras, cabendo aos alunos a decisão da estratégia a seguir e, caso seja necessário, a flexibilidade em mudar de estratégia com vista a conseguir resolver o problema em causa.

Em suma, é necessário proporcionar cada vez mais experiências de carácter investigativo aos alunos, sendo estas trabalhadas de uma forma cuidada. Isto porque, neste

período de escolaridade, ocorrem profundas alterações ao nível da formação dos jovens. Desta forma, se estes tiverem contacto com situações reais, enriquecedoras e estimulantes do ponto de vista matemático, parece evidente que poderão aceitar a Matemática de uma forma muito mais agradável.

5.7. Reflexão no uso das tecnologias

Cada vez mais, aos alunos devem ser propostas uma variedade de situações problemáticas baseadas em tarefas de exploração e investigação e em problemas de contexto real, que incluam o recurso a uma diversidade de estratégias, nomeadamente o uso das potencialidades da calculadora gráfica ou de programas de computador permitindo a confrontação constante das várias formas de representar funções, o que parece ter contribuído para uma melhor compreensão das funções e das suas propriedades.

Em suma, utilizando a calculadora gráfica ou o computador, os alunos devem observar que podem ter diferentes representações gráficas de um mesmo gráfico, variando as escalas da representação, chegando à conclusão que a representação gráfica depende de forma decisiva do rectângulo de visualização escolhido. Assim os alunos devem explorar claramente os diversos comportamentos das funções quadráticas evitando conclusões apressadas e devem ser incentivados a elaborar conjecturas em função do que se lhes apresenta, sendo críticos em todas as suas conclusões.

REFERÊNCIAS

- Abrantes, P. (2002). Introdução: A avaliação das aprendizagens no ensino básico. In *Avaliação das aprendizagens: Das concepções às práticas*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- APM (1988). *Renovação do Currículo de Matemática*: Lisboa: APM.
- APM & MPT (2000). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula – Propostas de Trabalho*. Lisboa: APM.
- Baden-Powell, R. (2007). *Escutismo para rapazes*. Edições CNE. Lisboa. Tradução: Corpo Nacional de Escutas. Título original: *Scouting for Boys*. Data de publicação original: 1908.
- Bodgan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Caraça B. J. (1998). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Ciência Aberta, Volume 98, 2ª ed. Lisboa: Edições Gradiva
- Decreto-Lei nº 240/2001 de 30 de Agosto - *Perfis gerais de competência para a docência*.
- Decreto-Lei nº 75/2008 de 22 de Abril - *Regime de autonomia, administração e gestão dos estabelecimentos públicos da educação pré-escolar e dos ensinos básico e secundário*.
- Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa. *Normas para a elaboração do Relatório de Estágio*. Monte da Caparica. – Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa. Monte da Caparica
- Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa. *Perfil de desempenho profissional específico dos docentes de matemática do*

3º ciclo e do Ensino Secundário – Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa. Monte da Caparica

Domingos, A. (1994). *A aprendizagem de funções num ambiente computacional com recurso a diferentes representações*. (Tese de mestrado, Universidade Nova de Lisboa) Lisboa: APM.

Domingos, A. (2003). *Compreensão de conceitos matemáticos avançados - a matemática no início do superior*, (Tese de doutoramento, Universidade Nova de Lisboa) Lisboa.

Gil, A. C. (1991). *Como elaborar projetos de pesquisa*. 3ª edição São Paulo: Atlas.

Fernandes, D. (1991) – *Notas sobre os Paradigmas de Investigação em Educação*. Noesis (18), 64-66. Retirado em 23/05/2010, no World Wide Web: www.educ.fc.ul.pt/docentes/ichagas/mi2/Fernandes.pdf.

Kuhn, Thomas S. (1975) *A Estrutura das Revoluções Científicas*. São Paulo: Perspectiva, 262 p. Tradução: Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. Título original: *The Structure of Scientific Revolutions*. Data de publicação original: 1969.

Leal, L. C. (1992). *Avaliação da aprendizagem num contexto de inovação curricular*. Universidade de Lisboa. Lisboa: APM. Tese de mestrado.

Matos, J. M. & Serrazina, M. L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Matos, J. F. (1995). *Modelação Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco: Jossey-Bass.

Ministério da Educação (1997). *Programas de Matemática do Ensino Secundário*. Lisboa: Ministério da Educação, DES.

Ministério da Educação (2001). *Matemática A – 10º ano. Cursos Gerais de Ciências Naturais, Ciências e Tecnologias, Ciências Sócio-Económicas*. Lisboa. ME – DES.

- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: IIE e APM.
- NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: IIE e APM.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM
- Nunes, C. C., Ponte, J. P. (2004). *A avaliação como regulação do processo de ensino-aprendizagem da Matemática dos alunos do 3º ciclo do ensino básico*. Departamento de Educação, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Retirado em 23/05/2010, no World Wide Web: www.fordis.esse.ips.pt/docs/siem/texto23.doc.
- Patton, M. (1980). Un nouveau paradigme de recherche en évaluation. In C. Paquette, G. Hein & M. Patton (Eds.), *Évaluation et pédagogie ouverte*. Victoriaville, Québec: NHP.
- Ponte, J. P. (1990). *O conceito de função no currículo de Matemática*. *Educação e Matemática*, 15, 3-9.
- Ponte, J. P. (2006). *O estudo de caso na investigação em educação matemática*. *Quadrante*, 3(1), 3-18. Retirado em 23/05/2010, no World Wide Web: www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt%5C94-Ponte%28Quadrante-Estudo%20caso%29.pdf.
- Ponte, J. P., Oliveira, H., Cunha H., & Segurado, I. (1998). *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., Oliveira H. (2006). *Investigações matemáticas na sala de aula*. 1ª ed., 2ª reimp. - Belo Horizonte: Autêntica.
- Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática. Implicações curriculares*. Lisboa: IIE.
- Reinhardt, C., & Cook, T. (1979). Beyond qualitative versus quantitative methods. In T. Cook & C. Reichardt (Eds.), *Qualitative and quantitative methods in evaluation research*. London: Sage.

- Rey Pastor, J., (1965-1969). *Análisis matemático*. Buenos Aires: Kapelusz.
- Ribeiro, A. C., Ribeiro, L. C. (1990). *Planificação e Avaliação do Ensino-Aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Rodrigues M. (1976) *Psicologia Educacional, uma crónica do desenvolvimento humano*. Editora McGraw-Hill
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22
- Sampaio, D. (1994). *Inventem-se Novos Pais*, Caminho. Lisboa
- Sampaio, D. (1996). *Voltei à Escola*, Caminho. Lisboa
- Silva, A., Loureira, C. e Veloso, G. (1989). *Calculadoras na Educação Matemática: Actividades*. Associação de Professores de Matemática: Lisboa.
- Sousa, E., Diniz, M. (1994). *Álgebra: Das variáveis às Equações e Funções*. CAEM (São Paulo).
- Teixeira, P. (1997). *Funções – 10ºAno*. Lisboa: Ministério da Educação, DES.
- Veloso, E. e Viana, J. P. (1994-2002). *Desafios*, Vol. 1-8. Porto: Edições Afrontamento.

Netologia

Associação de Professores de Matemática: <http://www.apm.pt/>
 Departamento do Ensino Secundário: <http://www.des.min-edu.pt>
 Instituto de Inovação Educacional: <http://www.iie.min-edu.pt>
 Ministério da Educação: <http://www.min-edu.pt/>
 Sociedade de Professores de Matemática: <http://www.spm.pt/>
 Escola Secundária c/ 3º ciclo de António Gedeão: <http://joomla.esec-antonio-gedeao.rcts.pt/>
 Moodle da Escola: <http://esag.malha.eu/moodle/index.php>

Manual Adoptado: http://www.projectos.te.pt/projectos_te/sigma/index.htm

Desafios do Alea: <http://alea-estp.ine.pt/html/desafios/html/desafios.html>

Projecto Pmate: <http://pmate2.ua.pt/pmate/>

World Maths Day: <http://www.worldmathsday.com/2010/Default.aspx>

Site da Vida e Obra de António Gedeão: <http://www.astormentas.com/gedeao.htm>

ANEXOS

ANEXO 1: Autorização da Comissão Administrativa Provisória



ESCOLA SECUNDÁRIA C/ 3º CICLO DE ANTÓNIO GEDEÃO
Mestrado em Ensino da Matemática

Pedido de Autorização

Exma. Sra. Presidente da Comissão Administrativa Provisória
Escola Secundária C/ 3º Ciclo de António Gedeão
Prof. (...)

Informo que pretendo desenvolver com os alunos do 10.º ano, turma A, nas aulas de Matemática e em tempos extra curriculares, em datas a combinar com os intervenientes, uma investigação para analisar o modo como a resolução de tarefas de natureza exploratória e investigativa, envolvendo o uso da calculadora gráfica e computador, contribui para a compreensão e aprendizagem das funções quadráticas.

Neste sentido, solicito autorização a V. Exa. para desenvolver com dois alunos desta turma um trabalho de investigação e recolher alguns dados dos alunos da turma, no âmbito da resolução de tarefas matemáticas, de modo a poder perceber a forma como eles viveram as aulas e o modo como pensam e aprendem sobre as funções quadráticas.

Informo ainda que esta investigação não interfere no normal funcionamento das actividades lectivas e que irei obter junto dos encarregados de educação a autorização para a recolha de dados.

Com os melhores cumprimentos.

2 de Março de 2010
O Professor Estagiário de Matemática

Paulo Moreira

Ano Lectivo 09/10

Paulo Moreira

ANEXO 2: Autorização para Encarregados de Educação 1

ESCOLA SECUNDÁRIA C/ 3º CICLO DE ANTÓNIO GEDEÃO
Mestrado em Ensino da Matemática

Pedido de Autorização – Encarregados de Educação

Exmo. Sr.

Encarregado de Educação

Paulo Sérgio Reis Moreira, professor estagiário de Matemática na Escola Secundária de António Gedeão a acompanhar a Turma A do 10º, vem solicitar autorização para o envolvimento do seu educando no projecto de investigação em educação, que está a realizar no âmbito do Mestrado em Ensino da Matemática, intitulado "Funções Quadráticas, do lápis à teca".

Este projecto tem como principais objectivos caracterizar, analisar e compreender não só a prática pedagógica na leccionação do tema das funções quadráticas, mas também estudar e analisar os processos utilizados pelos alunos na compreensão e aplicação dos conhecimentos e da sua eficácia na aprendizagem do tema.

O projecto já foi apresentado à turma tendo o seu educando manifestado disponibilidade e interesse em participar.

O trabalho a realizar com os alunos terá por base uma entrevista inicial, a realização de algumas tarefas individuais e em grupo e uma avaliação/reflexão final, estando previstas três sessões, em tempos não lectivos e em horário previamente acordado com os alunos.

O calendário provisório das sessões será:

- Sexta-feira 23-04-2010;
- Sexta-feira 30-04-2010;
- Sexta-feira 14-05-2010.

Os dados recolhidos em suporte digital (texto, áudio e imagens) serão usados exclusivamente para o objectivo desta investigação, não sendo divulgados os nomes dos alunos participantes.

Antecipadamente grato pela sua colaboração e do seu educando.

20 de Abril de 2010

O Professor Estagiário de Matemática

 Paulo Moreira

Ano Lectivo 09/10

Paulo Moreira

ANEXO 3: Autorização para Encarregados de Educação 2



ESCOLA SECUNDÁRIA C/ 3º CICLO DE ANTÓNIO GEDEÃO Mestrado em Ensino da Matemática

Autorização

_____, Encarregado de Educação do(a)
aluno(a) _____, n.º _____, da turma A do 10º ano de
escolaridade, tomei conhecimento dos objectivos do projecto "Funções Quadráticas, do lápis
à tecla", no âmbito do Mestrado em Ensino da Matemática, e _____
(autorizo/não autorizo) a participação do meu educando.

Relativamente às entrevistas a realizar, ou a outras tarefas que envolvam o meu educando,
no âmbito deste projecto de investigação, _____ (autorizo/não autorizo) a
recolha de informação áudio e/ou imagem e o seu uso para efeitos da investigação, com a
salvaguarda do respectivo anonimato.

20 de Abril de 2010
O Encarregado de Educação

Ano Lectivo 09/10

Paulo Moreira

ANEXO 4: Tarefa 1 - Teste de avaliação realizado no 2º período.



ESCOLA SECUNDÁRIA C/ 3º CICLO DE ANTÓNIO GEDEÃO 4º Teste de Avaliação Matemática A – 10º A

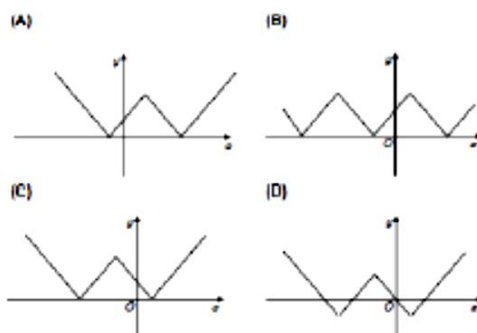
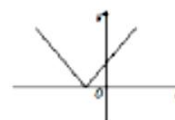
PARTE I

As questões desta parte são de escolha múltipla.
Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
Escreva na sua folha de resposta a letra correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
Não apresente cálculos.

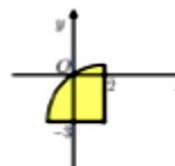
1. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere o ponto A pertencente ao semieixo positivo Oy e um ponto B pertencente ao semieixo negativo Oz . Quais podem ser as coordenadas do vector \overrightarrow{AB} ?

(A) $(-2, -1, 0)$ (B) $(0, 2, -1)$ (C) $(-1, 2, 0)$ (D) $(0, -1, -2)$

2. Considere a função f , real de variável real, representada na figura. O gráfico da função $|f(x) - 2|$ é:



3. Na figura ao lado, encontra-se um quarto de círculo de centro no ponto $(2, -3)$ e tangente à origem do referencial o.n. xOy . Qual das condições define a zona a sombreado incluindo a fronteira?



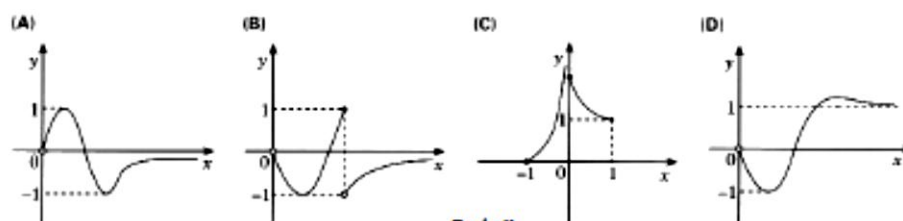
- (A) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 13 \wedge x \leq 2 \wedge y \geq -3$
 (B) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 10 \wedge x \leq 2 \wedge y \geq -3$
 (C) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 13 \wedge x \geq 2 \wedge y \leq -3$
 (D) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 10 \wedge x \geq 2 \wedge y \leq -3$
4. De uma função quadrática f sabe-se que o conjunto solução da inequação $f(x) \geq 0$ é o intervalo $[1, 7]$. Qual é o contradomínio de f ?
- (A) $]-\infty, f(4)[$ (B) $[f(4), +\infty[$ (C) $[f(7), +\infty[$ (D) $]-\infty, f(1)]$

Rosário Lopes, Paulo Moreira 2009/2010

5. De uma função f sabe-se que:

- $Df = \mathbb{R}^+$
- $D'f = [-1, 1]$
- A equação $f(x) = \frac{1}{2}$ admite duas, e apenas duas, soluções.

Uma possível representação gráfica de f é:



Parte II

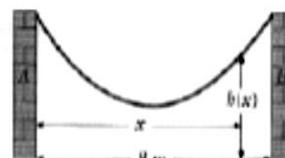
Nas questões desta segunda parte apresente a raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.
Atenção: Quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado pretende-se sempre o valor exacto.

1. Uma rampa de desportos radicais foi construída entre dois postes A e B, a uma distância de 8 metros um do outro, como mostra a figura.

Considere a função h definida por:

$$h(x) = 0,24x^2 - 1,92x + 5,2$$

Admita que $h(x)$ é a altura, em metros, do ponto da rampa situado x metros à direita do poste A.



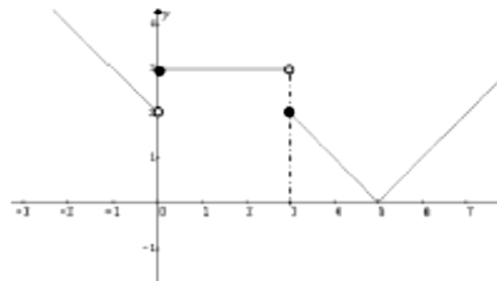
- 1.1 Determine a altura do poste B.
- 1.2 Recorrendo à calculadora gráfica, determine a altura mínima da rampa. Explique como procedeu para chegar à resposta.
- 1.3 Resolva a inequação $h(x) < 3,52$, usando métodos analíticos, e interprete o resultado obtido no contexto da situação descrita.

2.

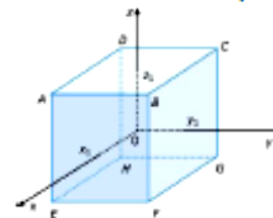
2.1 Considere a função quadrática definida por $f(x) = 2x - 5x^2$

- 2.1.1 Determine o vértice da parábola representativa de f . Indique a equação do eixo de simetria da parábola representativa da função.
- 2.1.2 Determine as coordenadas dos pontos de intersecção do gráfico de f com o eixo das abcissas?
- 2.1.3 A função admite um máximo absoluto? Justifique e em caso afirmativo, indique o seu valor.

- 2.2 Considere a função g de domínio \mathbb{R} , cujo gráfico é constituído por um segmento de recta e por semi-rectas. Defina analiticamente a função g .




3. Num referencial cartesiano $Oxyz$ foi representado o cubo $[ABCDEFGH]$. A área de cada face é 144. O ponto O representa o centro de gravidade do cubo. Os pontos X_1 , Y_1 e Z_1 são centros das faces $[ABFE]$, $[BCGF]$ e $[ABCD]$, respectivamente.



- 3.1 Indique as coordenadas dos pontos F e G e determine em seguida uma condição que defina o segmento de recta $[FG]$.
- 3.2 Mostre, analiticamente, que $\vec{A} + \vec{DC} - \vec{HF} = \vec{D}$.
- 3.3 Escreva uma condição que represente a esfera com centro em B e que contém o vértice H.

Questões	E. M.	1.1	1.2	1.3	1.4	2.1.1	2.1.2	2.1.3	2.2	3.1	3.2	3.3
Cotações	10 cada	10	15	15	15	15	10	10	20	15	10	15

ANEXO 5: Entrevista inicial e Tarefa 2

	ESCOLA SECUNDARIA DE ANTONIO GEDEAO Matemática A - 10º ANO Tarefas – Trabalho Investigação	Ano Lectivo 2009-2010

Guião da entrevista inicial

Identificação:

Data da realização da entrevista:

1. Qual é o teu nome?

Questões orientadoras:

2. Já reprovaste alguma vez? (Se sim, em que ano(s)?)
3. Consideras a Matemática uma disciplina difícil?
4. Qual o tema da Matemática que mais gostas? E que menos gostas? Porquê?
5. Trabalhar com a calculadora gráfica? Sim ou não e porquê?
6. A calculadora gráfica ajuda-te na compreensão e na resolução de problemas? Justifica.
7. Em qual das questões sentiste mais dificuldade?

Nota: Estas questões poderão sofrer alterações aquando da observação dos alunos na resolução da tarefa e da análise das suas resoluções.

Aplicação:

A primeira entrevista decorre num momento a combinar com os alunos seleccionados, é gravada para posterior transcrição e tem uma duração de, aproximadamente, 90 minutos. Pretende-se com esta entrevista conhecer melhor os alunos no que toca aos seus conhecimentos e raciocínios matemáticos. Nesta entrevista é aplicada uma tarefa aos dois alunos seleccionados de entre os voluntários. A quando da realização e aplicação desta entrevista na turma em causa estão a ser leccionados os conteúdos das “Funções quadráticas”.



ESCOLA SECUNDÁRIA DE ANTONIO GEDEAO

Matemática A - 10º ANO

Tarefas – Trabalho Investigação

Ano Lectivo 2009-2010

Tarefa 2

1. Considere a função definida por: $f(x) = -3x^2 - 24x - 39$
 - 1.1. Sem recorrer à calculadora gráfica, determine as coordenadas do vértice.
 - 1.2. Recorrendo agora à calculadora gráfica, determine as coordenadas do vértice. Explique como procedeu para chegar à resposta.
2. Na figura 1 e na figura 2, estão representações gráficas de duas funções quadráticas, $f(x)$ e $g(x)$, em referenciais o.n. cujos eixos se ocultaram. A unidade, em qualquer dos referenciais, é o lado da quadricula.

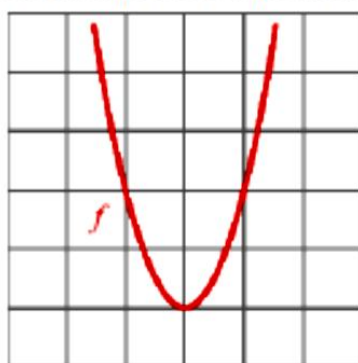


Figura 1

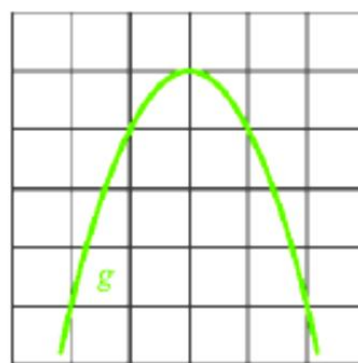


Figura 2

- 2.1. Desenhe o referencial na figura 1, sabendo que a recta de equação $x=2$ é eixo de simetria da parábola e que o contradomínio da função é $[-1, +\infty[$.
- 2.2. Desenhe o referencial na figura 2, sabendo que: $g(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0, 4]$
- 2.3. Defina analiticamente as funções $f(x)$ e $g(x)$, considerando os referenciais que desenhou.

Séries de problemas de Matemática A - Março de 2010

3. Seja $[ABC]$ um triângulo rectângulo cujos catetos AB e BC medem respectivamente 12cm e 5cm. Considerando P o ponto que se desloca sobre a hipotenusa do triângulo, de A para C , designemos por x este deslocamento, ou seja, $\overline{AP} = x$.
Seja f a função que, ao comprimento x , faz corresponder a área do rectângulo $[MPNB]$.

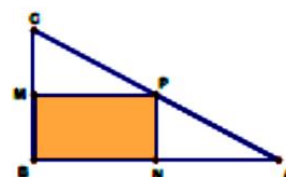


Figura 3

- 3.1. Indique o domínio da função f ?
- 3.2. Mostre que: $f(x) = -\frac{60}{169}x^2 + \frac{60}{13}x$
- 3.3. Qual é a área máxima do rectângulo?
- 3.4. Determine os valores de x para os quais $f(x) \geq \frac{720}{169}$

Paulo Moreira

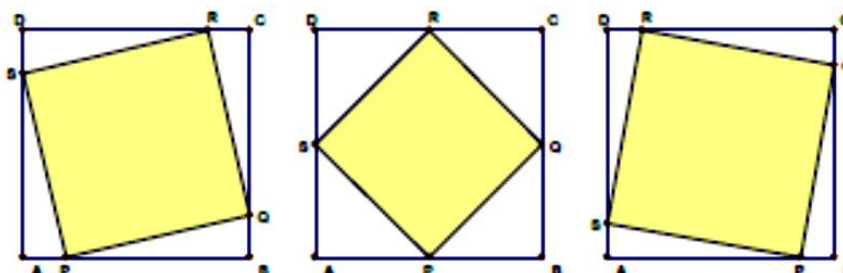
ANEXO 6: Tarefa 3

	ESCOLA SECUNDÁRIA DE ANTÓNIO GEDEÃO Matemática A - 10º ANO Tarefas – Trabalho Investigação Ano Lectivo 2009-2010
---	---

Tarefa 3

Um quadrado dentro de um quadrado

Considera o quadrado $[ABCD]$ de lado 20 cm e o ponto P móvel sobre o segmento de recta $[AB]$, deslocando-se de A para B . Este facto pode ser observado na seguinte sequência de figuras.



- Define a função área do quadrado inscrito em função do deslocamento do ponto P .
- Qual é o maior valor da área do quadro inscrito? E o menor?
- Esboça o gráfico desta função.

ANEXO 7: Questão seleccionada (Fragmento do teste intermédio de 5/05/2010)

3. A figura 3 representa o projecto de um canteiro com a forma de um triângulo isósceles ($\overline{AC} = \overline{BC}$)

Nesse triângulo, a base $[AB]$ e a altura relativa a esta base medem ambas 16 metros.

O canteiro vai ter uma zona rectangular, destinada à plantação de flores, e uma zona relvada, representada a sombreado na figura.

O lado $[DG]$ do rectângulo está contido em $[AB]$ e os vértices E e F pertencem, respectivamente, a $[AC]$ e a $[BC]$

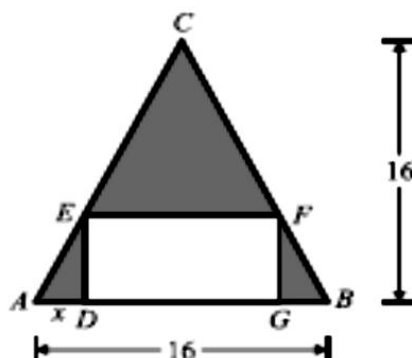


Figura 3

Seja x a distância, em metros, do ponto A ao ponto D ($x \in]0, 8[$)

Resolva os três itens seguintes, usando exclusivamente métodos analíticos.

Nota: a calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.

- 3.1. Mostre que a área, em metros quadrados, da zona relvada é dada, em função de x , por


$$S(x) = 4x^2 - 32x + 128$$

- 3.2. Determine o valor de x para o qual a área da zona relvada é mínima e calcule essa área.

- 3.3. Determine o conjunto dos valores de x para os quais a área da zona relvada é superior a 68 m^2

Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

ANEXO 8: Guião da entrevista final

	ESCOLA SECUNDÁRIA DE ANTONIO GEDEAO
	Matemática A - 10º ANO Tarefas – Trabalho Investigação
Ano Lectivo 2009-2010	

Guião da entrevista final

Identificação:

Data da realização da entrevista:

Nome do aluno:

Questões orientadoras:

1. Das questões que acabaste de realizar de qual gostaste mais? Porquê?
2. Das questões a que respondeste, qual é para ti a mais interessante? Porquê?
3. Em qual das questões sentiste mais dificuldade?
4. Achas que a calculadora gráfica te ajudou a compreender a Matemática?

Justifica.

Nota: Estas questões poderão sofrer alterações aquando da conversa com os alunos

Aplicação:

Aos dois alunos que já tinham participado na primeira entrevista é realizada esta nova entrevista após a conclusão de todo o processo de investigação tendo como propósito recolher dados que possam contribuir para analisar como os alunos trabalharam com as diferentes representações e que representações e processos utilizaram na resolução de problemas com funções quadráticas.

